

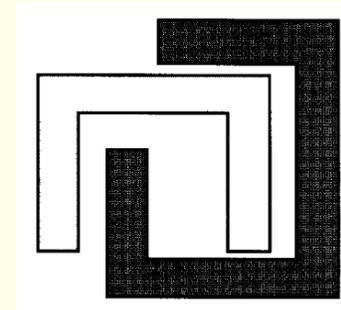
Separabilidade

MO619

Pedro J. de Rezende

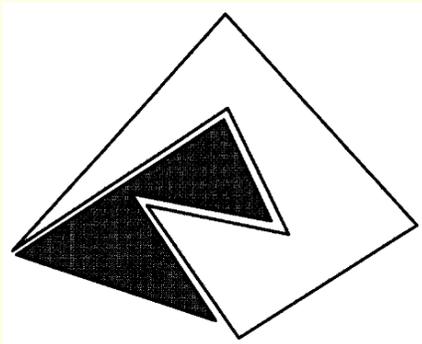
Separabilidade

- Inseparáveis por translação
- Separáveis por translação e rotação



Separabilidade

- Inseparáveis independentemente dos movimentos permitidos

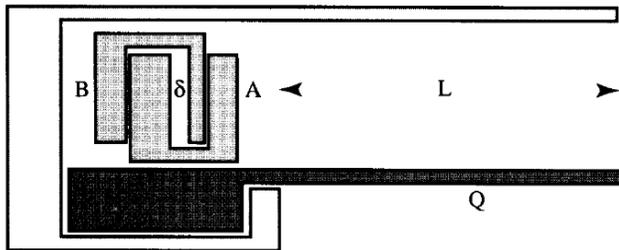


Separabilidade só por translação

- Variações:
 - Translação de vários polígonos ao mesmo tempo
 - Translação de um polígono por vez
 - Como seria um caso difícil (muitos movimentos)?

Separabilidade só por translação

- Variações:
 - Translação de vários polígonos ao mesmo tempo
 - Translação de um polígono por vez

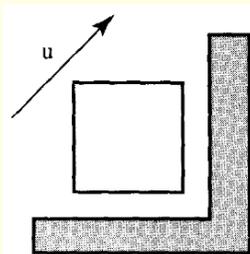


Separabilidade só por translação

- Teorema de Guibas e Yao (1983)
 - Uma coleção de polígonos convexos é separável sob as seguintes condições de movimento:
 - Translação: todos os movimentos são translações
 - Unidirecional: todas as translações são na mesma direção (arbitrária)
 - Movimento único: cada polígono é movido exatamente uma vez
 - Um por vez: somente um polígono é movido por vez.

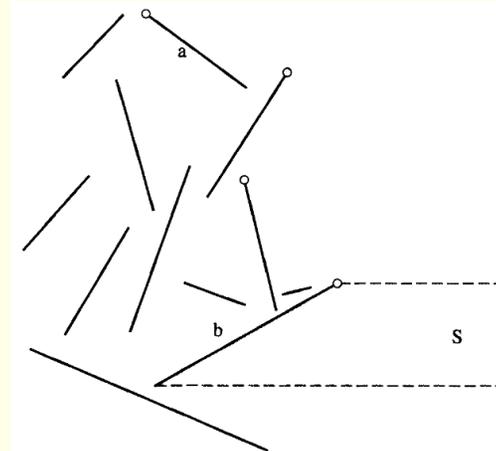
Separabilidade só por translação

- Convexidade é hipótese necessária



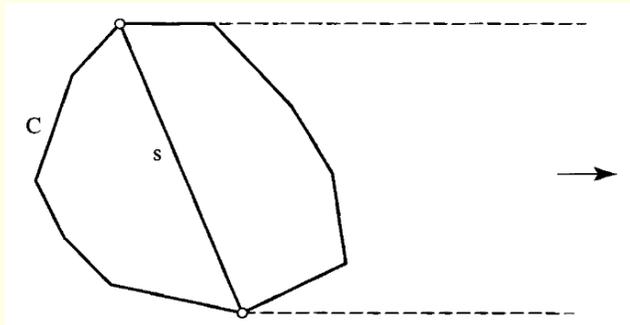
Separabilidade só por translação

- Segmentos



Separabilidade só por translação

- Um polígono convexo escapa pelo corredor de fuga de seu segmento de maior altura



Separabilidade só por translação

- Teorema (Guibas, Yao '83): Qualquer conjunto de n formas convexas no plano pode ser separado por translações todas paralelas a uma dada direção, com cada forma se movendo uma única vez. Uma ordem para movê-las pode ser computada em tempo $O(n \log n)$.

Dificuldade do problema

- Mas será que Separabilidade (versão decisão) é sempre um problema fácil?

Partição

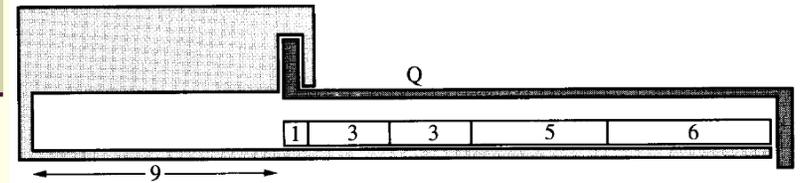
- Problema da Partição
 - S uma lista de n números, determinar se S é particionável em S_1, S_2 de mesma soma.
- Exemplo: $S=(1,3,3,5,6)$ $S_1=(1,3,5)$, $S_2=(3,6)$.
- Exemplo: $S=(1,3,3,3,6)$.
- Melhor algoritmo conhecido:
 - Força-bruta (exponencial): $O(2^n)$ escolhas

Partição

- Será que é possível simular Partição com Separabilidade?
- I.é., Redução de Partição para Separabilidade
- Partição é NP-difícil

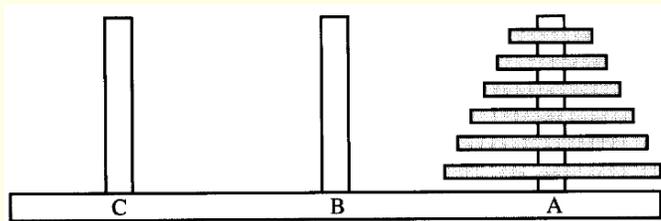
Separabilidade é NP-difícil

- Redução de Partição para Separabilidade
 - S uma lista de n números, determinar se S é particionável em S_1, S_2 de mesma soma.
 - Exemplo: $S=(1,3,3,5,6)$ $S_1=(1,3,5)$, $S_2=(3,6)$



Cada polígono se move uma só vez

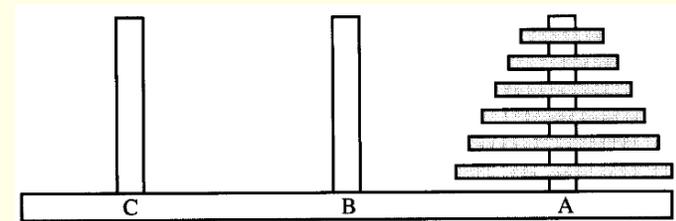
Torres de Hanoi



Cada disco se move várias vezes

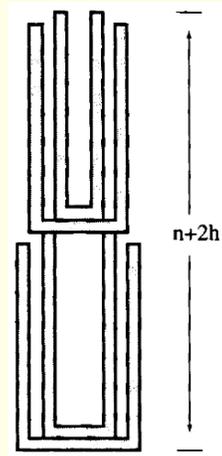
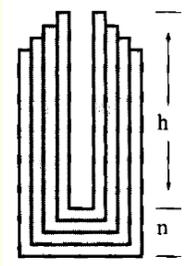
Separabilidade: muitos movimentos?

- Será que é possível simular Torres de Hanoi com Separabilidade de polígonos

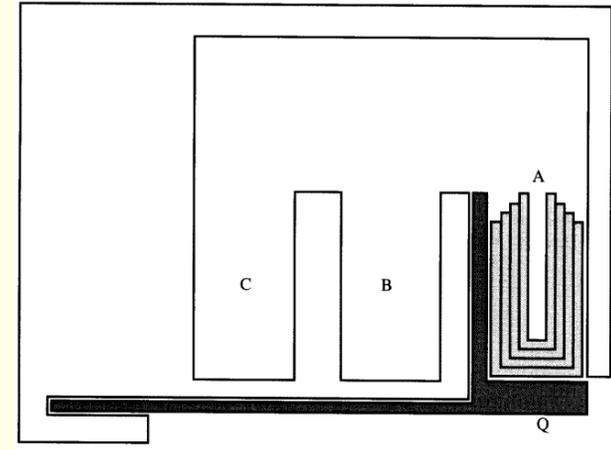


onde cada polígono deve mover várias vezes?

Separabilidade: muitos movimentos?



Separabilidade: muitos movimentos!



Bibliografia

- J. O'Rourke. Computational Geometry in C. Cambridge University Press, 1993.
 - (Capítulo correspondente na reprografia do IA – Artes Cênicas)