

Combinatória Poliédrica

Dimensão

Rafael C. S. Schouery
rafael@ic.unicamp.br

Universidade Estadual de Campinas

Atualizado em: 2023-09-21 21:14

Dimensão

A dimensão de um conjunto F

Dimensão

A dimensão de um conjunto F

- é d se F contém $d + 1$ vetores afim-independentes

Dimensão

A dimensão de um conjunto F

- é d se F contém $d + 1$ vetores afim-independentes
- é denotada por $\dim(F)$

Ponto interior

Um elemento x de um poliedro P é um ponto interior de P se x não está contido em nenhuma face própria de P

Ponto interior

Um elemento x de um poliedro P é um ponto interior de P se x não está contido em nenhuma face própria de P

Teorema. Todo poliedro não-vazio tem um ponto interior.

Exercício

Exercício. Seja F uma face do poliedro $P(\mathbf{A}, \mathbf{b})$ e $x' \in F$. Então, x' é um ponto interior de F se, e somente se, $\text{ig}(\{x'\}) = \text{ig}(F)$.

Teorema

Teorema. Se $F \neq \emptyset$ é uma face de um poliedro $P(\mathbf{A}, \mathbf{b}) \subseteq \mathbb{R}^n$, então

$$\dim(F) = n - \text{posto}(\mathbf{A}_{\text{ig}(F)*}),$$

onde $\text{posto}(\mathbf{A})$ é o número máximo de colunas linearmente independentes de \mathbf{A} .

Corolário

Corolário. Seja $P = P(\mathbf{A}, \mathbf{b}) \subseteq \mathbb{R}^n$ um poliedro não-vazio. Então,

Corolário

Corolário. Seja $P = P(\mathbf{A}, \mathbf{b}) \subseteq \mathbb{R}^n$ um poliedro não-vazio. Então,

(a) $\dim(P) = n - \text{posto}(\mathbf{A}_{\text{ig}(P)*});$

Corolário

Corolário. Seja $P = P(\mathbf{A}, \mathbf{b}) \subseteq \mathbb{R}^n$ um poliedro não-vazio. Então,

(a) $\dim(P) = n - \text{posto}(\mathbf{A}_{\text{ig}(P)*});$

(b) se $\text{ig}(P) = \emptyset$, então P tem dimensão plena (i.e. $\dim(P) = n$);

Corolário

Corolário. Seja $P = P(\mathbf{A}, \mathbf{b}) \subseteq \mathbb{R}^n$ um poliedro não-vazio. Então,

- (a) $\dim(P) = n - \text{posto}(\mathbf{A}_{\text{ig}(P)*})$;
- (b) se $\text{ig}(P) = \emptyset$, então P tem dimensão plena (i.e. $\dim(P) = n$);
- (c) se F é uma face própria de P , então $\dim(F) \leq \dim(P) - 1$.

Corolário

Corolário. Seja $P = P(\mathbf{A}, \mathbf{b}) \subseteq \mathbb{R}^n$ um poliedro não-vazio. Então,

- (a) $\dim(P) = n - \text{posto}(\mathbf{A}_{\text{ig}(P)*})$;
- (b) se $\text{ig}(P) = \emptyset$, então P tem dimensão plena (i.e. $\dim(P) = n$);
- (c) se F é uma face própria de P , então $\dim(F) \leq \dim(P) - 1$.

Prova. Exercício.

Nomes para faces de um poliedro

Faces de dimensão 0 são chamadas de vértices

Nomes para faces de um poliedro

Faces de dimensão 0 são chamadas de vértices

Faces próprias maximais são chamadas de facetas

Exercício

Exercício. Sejam X e Y subconjuntos do \mathbb{R}^n tais que $X \subseteq Y$.
Mostre que, se X é um conjunto afim, então $\dim(X) \leq \dim(Y)$.