MO417 — Complexidade de Algoritmos I — 2s2019

Lista de Exercício 8

Além dos exercícios abaixo, recomendo que façam a maior quantidade possível de exercícios dos livros texto (CLRS e Manber) dos capítulos relacionados.

Questão 1. O *diâmetro* de um grafo G é a maior distância entres dois vértices de G.

(a) Seja G um grafo simples de diâmetro maior que três. Mostre que $\bar{G}$ tem diâmetro no máximo três.

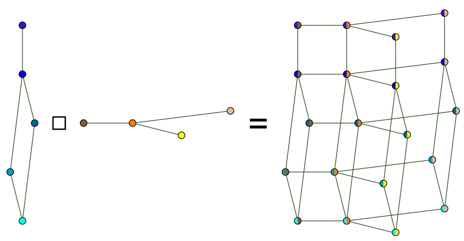
(b) Seja T uma árvore com pelo menos uma aresta de diâmetro d. Suponha que após a remoção de uma aresta, obtemos duas componentes conexas T_1 e T_2 com diâmetro d_1 e d_2, respectivamente. Mostre que $d \geq (d_1 + d_2)/2 + 1$.

Questão 2. O produto cartesiano de grafos simples G e H é um novo grafo, denotado $G \square H$, cujo conjunto de vértices é $V(G) \times V(H)$ e cujo conjunto de arestas são todas as arestas $((u_1, v_1), (u_2, v_2))$ tal que

- ou $(u_1, u_2) \in E(G)$ e $v_1 = v_2$,
- ou $(v_1, v_2) \in E(H)$ e $u_1 = u_2$.

Portanto, para cada aresta (u_1, u_2) de G e cada aresta (v_1, v_2) de H, existem quatro arestas em $G \square H$, a saber:

1. $((u_1, v_1), (u_2, v_1))$, 2. $((u_1, v_2), (u_2, v_2))$, 3. $((u_1, v_1), (u_1, v_2))$ e 4. $((u_2, v_1), (u_2, v_2))$.



- Escreva um algoritmo para calcular o produto cartesiano de dois grafos usando matriz de adjacências. Analise a complexidade do algoritmo.
- Faça o mesmo para listas de adjacências.

Questão 3. Prove por indução que todo grafo conexo $G = (V, E)$, $|V| \geq 2$, tem um vértice cuja remoção mantém o grafo resultante conexo.