

MO417 — Complexidade de Algoritmos I — 2s2019

Lista de Exercício 9

Além dos exercícios abaixo, recomendo que façam a maior quantidade possível de exercícios dos livros texto (CLRS e Manber) dos capítulos relacionados.

Questão 1. (CLRS) O diâmetro de uma árvore $T = (V, E)$ é definida como $\max_{u, v \in V} \delta(u, v)$, isso é, o mais longo entre todos os caminhos de distância mínima na árvore. Dê um algoritmo eficiente para calcular o diâmetro de uma árvore e analise o tempo de execução de seu algoritmo.

Questão 2. Lembre-se de que o algoritmo de busca em profundidade, DFS, pode ser implementado por meio de uma pilha, ao invés de recursão. Suponha que o comprimento máximo de um caminho direcionado em um grafo direcionado G é no máximo R , isso é, todo caminho direcionado de G tem no máximo R arcos. Considere agora *sua* implementação não recursiva de DFS. Prove ou desprove que a pilha P nunca terá mais do que $R + 1$ elementos na execução da chamada $\text{DFS}(G)$.

Questão 3. (CLRS) (22.4-5) Uma outra maneira de obter uma ordenação topológica em um grafo direcionado $G = (V, E)$ é repetidamente encontrar um vértice com grau de entrada 0, incluí-lo na solução e depois remover do grafo esse vértice com todas as arestas de saída. Explique como implementar essa ideia de forma que o algoritmo execute em tempo $O(V + E)$. O que acontece com esse algoritmo se G tiver ciclos?

Questão 4. (CLRS) (22.5-4) Mostre que para cada grafo direcionado G , vale $((G^T)^{\text{SCC}})^T = G^{\text{SCC}}$. Isso é, o transposto do grafo de componentes de G^T é o mesmo que o grafo de componentes do grafo G .

Questão 5. (Manber) A entrada é um grafo não direcionado $G = (V, E)$, uma árvore geradora T de G e um vértice v . Projete um algoritmo para determinar se T é uma árvore de busca em profundidade enraizada em v . Em outras palavras, determine se T pode ser a saída de DFS quando as arestas estão listadas em alguma ordem e começando pelo vértice v .

Questão 6. (Horowitz et al.) Projete um algoritmo para decidir se um dado grafo não direcionado $G = (V, E)$ contém um ciclo de tamanho 4. O tempo de execução de seu algoritmo deve ser $O(V^3)$.