

## MO619 e MC948 - Geometria Computacional




[Top](#)[Up](#)

**Prof. Pedro J. de Rezende**  
Primeiro Semestre de 2020

Links rápidos:

[Novidades](#) - [Docente](#) - [Aulas](#) - [Conteúdo](#) - [Avaliação](#) - [Trabalho Teórico](#) - [Monografia](#) - [Prova](#)  
[Critérios para Aprovação](#) - [Datas Importantes](#) - [Referências Bibliográficas](#) - [LaTeX](#)

### Novidades Recentes

- Com a suspensão das atividades acadêmicas presenciais na Unicamp, continuaremos com esta disciplina através de plataformas de acesso remoto. Será utilizado o [Google Classroom](#) como plataforma base para:
  - obtenção de acesso aos links das aulas pré-gravadas (ou, eventualmente ao vivo);
  - atribuição de listas de exercícios (algumas de **fixação** e outras **avaliativas**);
  - submissão de resoluções pelos alunos** das listas de exercícios avaliativas;
  - atribuição de trabalho obrigatório a cada aluno;
  - submissão de monografia do trabalho por cada aluno**;
  - feedback sobre as resoluções/monografias submetidas e **atribuição de notas**. [20200329] 
- Faremos uso também do [Google Meet](#) para atividades online (em tempo real) tais como:
  - atendimentos de dúvidas online **pelo professor dentro dos horários das aulas presenciais** (que estão suspensas), começando em 31/03. [20200329] 
- Todos os alunos devem se manter em dia com cada postagem feita no [Google Classroom](#) e cumprir as tarefas lá atribuídas que incluirão:
  - assistir as aulas pré-gravadas dentro do cronograma estabelecido conforme links divulgados;
  - participar (via [Google Meet](#)) dos atendimentos de dúvidas online pelo professor (nos horários das antigas aulas presenciais) para garantir o entendimento do conteúdo das aulas;
  - realizar as leituras das seções dos livros ou artigos indicados;
  - resolver **individualmente** as listas de exercícios atribuídas, sejam elas obrigatórias (avaliativas) ou não (de fixação);
  - realizar **individualmente** o trabalho atribuído
  - envolver-se ativamente na troca de mensagens no Mural (Stream) do [Google Classroom](#) contribuindo com respostas às perguntas dos colegas e postando as suas próprias questões. [20200329] 
- Em vista dos riscos à saúde que ocorrem em todo início de semestre quando pessoas convergem de vários pontos do país e do exterior, especialmente no caso de epidemias, recomendo a leitura desse [aviso do CECOM](#) e o uso de precauções para todos que apresentem sintomas de doenças respiratórias. [20200302]
- As aulas terão início no dia 03/03. [20200220]
- Aqui serão colocados avisos importantes. Consulte esta página regularmente.

### Docente

- Prof. Pedro J. de Rezende
- Sala IC-29, <http://www.ic.unicamp.br/~rezende>, [rezende@ic.unicamp.br](mailto:rezende@ic.unicamp.br)

### Aulas

- As aulas do professor passarão a ser pré-gravadas e disponibilizadas pelo [Google Classroom](#) e devem ser assistidas antes do horário de atendimento em tempo real realizado via [Google Meet](#) conforme abaixo.

### Atendimentos pelo professor

- Os Atendimentos de dúvidas online pelo professor serão às terças e quintas-feiras (via [Google Meet](#)) de 17h00 às 18h00.

## Conteúdo

Esses tópicos, ou sua ordem, poderão ser alterados durante o semestre, conforme o andamento da disciplina.

A relação abaixo corresponde aos tópicos que foram cobertos na última vez em que esta disciplina foi oferecida.

O objetivo central desta disciplina é o de estudar soluções eficientes para vários problemas computacionais de natureza geométrica (veja, por exemplo, [Geometry Algorithms Overview](#)). Para isso, serão apresentadas técnicas de desenvolvimento e de análise de eficiência de algoritmos, e, em alguns casos, provas de otimalidade.

Embora esta lista de tópicos esteja sujeita a modificações/acréscimos ao longo do semestre, os principais tópicos que serão cobertos estão entre:

1. Pré-requisitos
  - a. Crescimento assintótico de funções (Graduação)
  - b. Complexidade computacional (Graduação)
  - c. Estruturas de dados (Graduação)
  - d. Algoritmos de ordenação (Graduação)
  - e. Algoritmos de busca (Graduação)
  - f. Geometria Analítica (Ensino Médio)
2. Modelos computacionais [dRS94 1.3-1.7] e [PS85 1.4, 5.2] [[notas complementares](#)] [C96 8.1]
3. Cotas inferiores e reducibilidade [dRS94 1.7] e [[notas](#)] e [[exercícios](#)] [C96 8.2, 8.3.1]
  - Convém ler também essas [notas de Jeffe Erickson levemente corrigidas](#).
4. Problemas Geométricos Elementares [dRS94 3.1-3.2]
5. Trabalhando com Polígonos [dRS94 3.3-3.5]
6. Problemas de Convexidade [dRS94 4.1-4.3.5] e [PS85 3.1-3.3.5, 4.1.2, 4.2.3]
7. Estrutura de dados DCEL [[Slides](#)]
8. Problemas de Consulta Geométrica (Localização de Pontos) [Slides] [PS85 2.2 a 2.2.2.2]
9. Problemas de Consulta Geométrica (Busca por Amplitude) [[Slides](#)] [PS85 2.3-2.3.2]
10. Problemas de Proximidade [PS85 5.1-5.6, 6.1, 6.3.1, 6.4], [dBvKOS97 7.1-7.4]
  - Slides com introdução a [Diagramas de Voronoi](#), usados em classe.
  - Slides sobre [Diagramas de Voronoi, Triangulação de Delaunay e extensões](#), usados em classe.
  - Vários [softwares interessantes](#) sobre diagramas de Voronoi (em particular, [Voroglide](#) e um applet interativo [do algoritmo de Steve Fortune](#)).
  - Material adicional de leitura: [página sobre o algoritmo de divisão e conquista](#) com ótimas ilustrações.
  - Leitura adicional (contém muito mais do que vimos em classe) sobre [Triangulações de Delaunay](#).
11. Triangulação [PS85 6.2, 6.2.2], [O'R93 1.2, 2.1-2.2] e [dBvKOS97 3.2-3.3]
  - Slides sobre [Triangulação](#), usados em classe.
12. Problemas de Intersecção [PS85 7.1-7.2], [dBvKOS97 2.1]
  - Intersecção de Polígonos Convexos, Estrelados, Simples
  - Teste de Simplicidade
  - Intersecções de Segmentos (intervalos, segmentos horizontais, horizontais+verticais)
    - Detecção e enumeração (Slides sobre [Intersecções](#) que utilizamos em classe.)
  - [Guia de estudo](#) na forma de perguntas que utilizamos em classe.
  - ~~Separabilidade de dois conjuntos de pontos~~
  - ~~Separabilidade de dois polígonos convexos~~
  - ~~Intersecção de meios planos~~
  - ~~Planaridade de um desenho de grafo~~
  - Intersecção de circunferências
13. Problemas de Caminhos Mínimos [O'R93 8.1-8.2] e [dBvKOS97 15.1-15.2]
  - Grafos de visibilidade e suas aplicações a determinação de caminhos mínimos.
  - Caminhos mínimos no interior de polígonos simples. (Slides sobre [Caminhos Mínimos](#) que utilizamos em classe. [Leitura adicional](#) Seção 2.1.)
  - ~~Caminhos mínimos na presença de obstáculos poligonais. [Este tópico poderá ser omitido.]~~
  - ~~Métricas não euclidianas. [Este tópico poderá ser omitido.]~~
14. ~~Arranjos de retas [O'R93 6.1 6.3, 6.5]\* e [dBvKOS97 8.2 8.3]\* [Este tópico poderá ser omitido.]~~
  - ~~Arranjos de retas no plano. [Este tópico poderá ser omitido.]~~
  - ~~Dualidade e aplicações (incl. grafo de visibilidade). [Este tópico poderá ser omitido.]~~
15. Separabilidade [O'R93 8.7]
  - Separabilidade de segmentos de retas, polígonos convexos, NP-dificuldade do problema geral. (Slides sobre [Separabilidade](#) que utilizamos em classe.)
16. Problemas de Galeria de Arte [O'R87 pgs: 1-9 36-47, 116-123, 217-219, 228-231, 239-242]
  - Teorema de Fisk ([Slides](#) usados em classe.), NP-Completo do problema da minimização. ([Slides](#) usados em classe.) (n-1ª)
17. ~~Problemas de Galeria de Arte~~
  - ~~Algoritmo exato via cobertura de conjuntos: estratégias eficientes para instâncias grandes. (Slides [usados em classe](#) e o correspondente [artigo](#).) [Este tópico poderá ser omitido.]~~

## Avaliação

As formas de avaliação que se podem seguramente **antecipar** durante o período em que a disciplina terá que ser ministrada *online* são **Listas de Exercícios Avaliativas obrigatórias (LEAs)** atribuídas através do [Google Classroom](#), e um **Trabalho Teórico (TT)**. Se a Unicamp decidir pelo retorno das atividades acadêmicas **presenciais**, uma Prova (P) poderá ser ministrada na última semana disponível para aplicação de tais avaliações.

### Listas de Exercícios Avaliativas (LEAs)

- Haverá 5 a 6 **LEAs** ao longo do semestre, atribuídas a cada duas semanas, aproximadamente.
- Cada **LEA** terá **três** exercícios.
  - Cada aluno indicará **um** dos exercícios **para ser corrigido pelo Professor**, **valendo nota** de 0 a 5.
    - Para cada aluno, o Professor escolherá **um** dos demais exercícios para ser corrigido, **valendo nota** de 0 a 5.
    - Se algum exercício estiver em branco, este será o exercício escolhido pelo PED.
  - A nota de cada **LEA** será a soma das notas dos dois exercícios corrigidos.

### Trabalho Teórico

Haverá um Trabalho Teórico atribuído a cada aluno, por volta do início de junho.

- Como conclusão desse Trabalho Teórico, a entrega de uma Monografia deverá ser feita via [Google Classroom](#), no prazo a ser estabelecido.

Cada estudante fará um Trabalho Teórico em profundidade a respeito de um artigo escolhido pelo professor. Cada aluno poderá sugerir um artigo **atual** de conteúdo relacionado com os tópicos cobertos nesta disciplina para consideração pelo professor.

Como resultado do Trabalho Teórico é esperada uma monografia (de 4 a 8 páginas, preferencialmente em [LaTeX](#)) no formato de um artigo científico a qual deverá ser entregue para avaliação. Esta deverá conter:

1. um abstract em inglês (da própria monografia e não do artigo);
2. uma clara descrição do problema tratado no artigo correspondente, a qual deve ser inteiramente redigida pelo próprio aluno;
3. uma exposição resumida do conteúdo de eventuais referências consultadas sobre o problema;
4. um sumário dos avanços já obtidos para a solução do problema (incluindo casos particulares já solucionados);
5. uma análise sobre as dificuldades inerentes ao problema de acordo com a percepção e avaliação **justificada** do aluno;
6. uma proposta de abordagem que o aluno acredita que poderia trazer algum avanço na direção de uma melhor (ou mais eficiente) solução do problema;
7. uma conclusão.

Para submeter sua monografia, utilize a Plataforma [Google Classroom](#) e anexe um arquivo **tgz** ou **zip** de um diretório que contenha o **PDF** do seu trabalho e **todos os arquivos fontes** (em **LaTeX**) do trabalho.

Você pode e **deve** consultar livremente todo material impresso ou digitalmente disponível podendo incluir em sua monografia:

- citações interpretadas (e traduzidas) por você **devidamente referenciadas**;
- citações *ipsis litteris* desde que **devidamente sinaladas com aspas e referenciadas**;
- ilustrações obtidas de outras fontes desde que **devidamente referenciadas**.

**Com um zeloso cuidado em fazer suas citações corretamente, você evitará qualquer similitude imprópria e potencial libelo de plágio.**

Para obter cópia dos artigos listados nas referências, você pode se beneficiar de vários repositórios de artigos disponíveis na WEB, incluindo (acesse de um IP da Unicamp): [Portal de Periódicos da Capes](#); [JSTOR](#); [ACM Digital Library](#); [IEEE Xplore](#); etc.

Como **sugestão de modelo** para sua monografia, consulte artigos de anais de conferências da área de Geometria Computacional como CCCG ou SoCG, ou ainda, periódicos especializados. Buscar no [Google Scholar](#) é uma ótima

forma de se encontrar tais artigos.

Após a avaliação das monografias, cada estudante poderá ser chamado a uma reunião via [Google Meet](#) com o professor para uma apresentação oral e/ou uma arguição sobre o conteúdo da sua monografia.

## Prova

No caso de haver Prova, não serão ministradas provas antecipadas nem de reposição.

Esta disciplina não prevê Exame final (tanto para MO619 quanto para MC948).

*Aviso: Qualquer tentativa de cola ou fraude, detectada durante uma prova ou posteriormente, implicará nota zero naquela prova e na aplicação das sanções regimentais previstas.*

## Critérios para Aprovação e Cálculo das Médias

As notas das LEAs, do Trabalho Teórico e da Prova serão entre 0,0 e 10,0.

A Média Semestral (MS) será calculada da seguinte forma:

$L$  := média aritmética das LEAs

$MS := (L + TT) / 2$  se a Prova não ocorrer

$MS := (L + TT + 2 * P) / 4$  se a Prova ocorrer

As Menções Finais (MF) para MO619 serão obtidas pelo seguinte mapeamento da Média Semestral, MS:

MS em [9,0; 10 ] ==> MF := A;

MS em [7,5; 9,0) ==> MF := B;

MS em [6,0; 7,5) ==> MF := C;

MS em [0,0; 6,0) ==> MF := D.

As notas e médias serão divulgadas no [Google Classroom](#).

## Datas importantes

Dia	Evento	Local / Meio
03/03	Primeiro dia de aula	IC-322
31/03	Primeiro atendimento <i>online</i> pelo professor	<a href="#">Google Meet</a>
Disponível em 31/03. Deve ser assistida até 2/04.	Primeira aula pré-gravada	<a href="#">Google Classroom</a>
A ser anunciado via <a href="#">Google Classroom</a>	Definição do artigo para o Trabalho Teórico	Por comunicação direta entre cada aluno e o professor
A ser anunciado via <a href="#">Google Classroom</a>	Entrega da Monografia do Trabalho Teórico	<a href="#">Google Classroom</a> (PDF e arquivos-fonte)
A ser anunciado via <a href="#">Google Classroom</a> , se houver	Prova	A ser anunciado, se houver
A ser anunciado via <a href="#">Google Classroom</a>	Divulgação das Médias Semestrais	<a href="#">Google Classroom</a>
30/06	Último dia de atividades	

## Referências Bibliográficas

Vários livros dentre os seguintes estão disponíveis na Biblioteca do IMECC para referência bibliográfica. Não há um livro texto para esta disciplina, mas praticamente todo o material a ser visto pode ser encontrado num dos seguintes: [dRS94], [PS85], [dBvKOS97] e [O'R93]. À medida que cada tópico vá sendo coberto, o professor indicará qual referência melhor se aplica. Certos tópicos de geometria computacional poderão ser retirados de outros livros, especialmente: [O'R87], [Mul93], [Ede87], [Sto91], [Tou85] e [Kle89]. Para uma revisão de análise de algoritmos, recomenda-se: [Man89], [Sed83], [CLR90] e [AHU74]. Uma abordagem interessante para quando se precisar rever estruturas de dados é a do livro [SW].

- [AHU74] A. Aho, J. Hopcroft, and J. Ullman. The Design and Analysis of Computer Algorithms. Addison-Wesley, Reading, MA, 1974.
- [AL93] S. G. Akl and K. A. Lyons. Parallel Computational Geometry. Prentice-Hall, 1993.

- [CF91] P.C. Carvalho and L.H. Figueiredo. [Introdução à Geometria Computacional](#). 18o. Colóquio Brasileiro de Matemática. Instituto de Matemática Pura e Aplicada, Rio de Janeiro, RJ, Brazil, 1991.
- [C96] J. Chen, [Computational Geometry, Methods and Applications](#), 1996.
- [CLR90] T. H. Cormen, C. E. Leiserson, and R. L. Rivest. Introduction to Algorithms. The MIT Press, Cambridge, Mass., 1990.
- [dBvKOS97] M. de Berg, M. van Kreveld, M. Overmars, and O. Schwarzkopf. Computational Geometry: Algorithms and Applications. Springer-Verlag, New York, 1997.
- [dRS94] P. J. de Rezende and J. Stolfi. [Fundamentos de Geometria Computacional](#). IX Escola de Computação. Universidade Federal de Pernambuco, 250 pp., 1994.
- [Ede87] H. Edelsbrunner. Algorithms in Combinatorial Geometry, volume 10 of EATCS Monographs on Theoretical Computer Science. Springer-Verlag, Heidelberg, West Germany, 1987.
- [GJ79] M. R. Garey and D. S. Johnson. Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP-Completeness. W. H. Freeman, New York, NY, 1979.
- [Kle89] R. Klein. Concrete and Abstract Voronoi Diagrams, volume 400 of Lecture Notes in Computer Science. Springer-Verlag, 1989.
- [Man89] U. Manber. Algorithms: A Creative Approach. Addison-Wesley, Reading, MA.
- [Mul93] K. Mulmuley. Computational Geometry: An Introduction Through Randomized Algorithms. Prentice Hall, New York, 1993.
- [O'R87] J. O'Rourke. [Art Gallery Theorems and Algorithms](#). Oxford University Press, 1987.
- [O'R93] J. O'Rourke. Computational Geometry in C. Cambridge University Press, 1993.
- [PS85] F. P. Preparata and M. I. Shamos. Computational Geometry. Springer-Verlag, Berlin, 1985.
- [Sed83] R. Sedgewick. Algorithms. Addison-Wesley, Reading, MA, 1983.
- [Sto91] J. Stolfi. Oriented Projective Geometry: A Framework for Geometric Computations. Academic Press, 1991.
- [SW] D. F. Stubbs and N. W. Webre. Data Structures with Abstract Data Types and Pascal. Brooks/Cole.
- [Tou85] G. T. Toussaint, editor. Computational Geometry. North-Holland, Amsterdam, Netherlands, 1985.

Wikipedia tem também uma longa [lista de livros da área](#).

## Conferências/Simpósios com artigos em Geometria Computacional

Muitos artigos que eventualmente aparecem em revistas especializadas (journals) têm versões preliminares publicadas em conferências ou simpósios da área e podem assim ser conhecidos meses (ou até anos) antes de sua publicação final. Outros artigos de grande relevância podem ser apresentados nesses eventos sem serem posteriormente submetidos a revistas. Como a UNICAMP tem acesso (via seus IPs institucionais) a vários sites de publicações eletrônicas (especialmente [ACM](#) e [IEEE](#)) muitos dos anais (proceedings) podem ser obtidos em PDF.

Consulte os links seguintes para uma relação muito completa de conferências dedicadas a (ou com trilhas em) geometria computacional:

- [Lista de conferências](#) de Erik Demaine.
- [Lista de eventos](#) de Erik Demaine (inclui também conferências em áreas próximas).

## Problemas Abertos em Geometria Computacional

Há várias possíveis fontes de problemas abertos em geometria computacional. As seguintes referências formam um bom ponto de partida:

- [The Open Problems Project de Demaine, Mitchell, O'Rourke](#).
- [Problemas abertos de David Eppstein](#).

## Links úteis (possivelmente desatualizados) sobre Geometria Computacional

- Uma [página sobre páginas](#) de geometria computacional na Web.
- Links para diversas [páginas sobre geometria computacional](#). [Se você encontrar outras (de equivalente grau de relevância) que não constam ali, me avise por e-mail: [rezende@ic.unicamp.br](mailto:rezende@ic.unicamp.br).]
- Mais uma página com links para diversas [outras páginas sobre geometria computacional](#).
- Links para [software](#) de geometria computacional na Web.

## Recursos sobre apresentação de seminários/palestras

Vale a pena ler os seguintes documentos:

- [Giving Technical Talks](#)

## Onde aprender a usar LaTeX

Existem vários livros, apostilas e tutoriais online sobre LaTeX. Em particular, recomendo:

- [Document Preparation with Latex](#), de Budgen & Nelson.
- [Getting Started with Latex](#), de Wilkins.
- [A Simplified Introduction to LaTeX](#), de Greenberg.
- [Em português] [A não tão pequena introdução ao LaTeX 2e](#), de Oetiker, Partl, Hyna & Schlegl.