

# Filtros Não-Lineares

Alexandre Xavier Falcão

Instituto de Computação - UNICAMP

afalcao@ic.unicamp.br

Sejam  $\hat{I} = (D_I, I)$  e  $\hat{K} = (\mathcal{A}, K)$  imagem e kernel.

Sejam  $\hat{I} = (D_I, I)$  e  $\hat{K} = (\mathcal{A}, K)$  imagem e kernel.

- Esta aula aborda uma variedade de operações locais não-lineares envolvendo os valores  $I(q)$  dos spels  $q$  em uma dada adjacência  $\mathcal{A}(p)$  dos spels  $p$ .

Sejam  $\hat{I} = (D_I, I)$  e  $\hat{K} = (\mathcal{A}, K)$  imagem e kernel.

- Esta aula aborda uma variedade de operações locais não-lineares envolvendo os valores  $I(q)$  dos spels  $q$  em uma dada adjacência  $\mathcal{A}(p)$  dos spels  $p$ .
- Algumas dessas operações consideram também os valores  $K(q - p)$  associados a cada par  $(p, q) \in \mathcal{A}$ .

Sejam  $\hat{I} = (D_I, I)$  e  $\hat{K} = (\mathcal{A}, K)$  imagem e kernel.

- Esta aula aborda uma variedade de operações locais não-lineares envolvendo os valores  $I(q)$  dos spels  $q$  em uma dada adjacência  $\mathcal{A}(p)$  dos spels  $p$ .
- Algumas dessas operações consideram também os valores  $K(q - p)$  associados a cada par  $(p, q) \in \mathcal{A}$ .
- Essas operações incluem filtros mediana, moda, e morfológicos, gerando uma imagem  $\hat{J} = (D_J, J)$ .

# Filtro Mediana

O filtro mediana reduz ruído do tipo *speckle*, ordenando os spels  $q \in \mathcal{A}(p)$  por  $I(q)$  e atribuindo a  $J(p)$  o valor mediano da sequência ordenada, para todo  $p \in D_J$ .



Original



Gaussiano



Mediana

\* O filtro mediana tenta também preservar as bordas.

# Filtro Mediana: Algoritmo

Entrada:  $\hat{I} = (D_I, I)$  e  $\mathcal{A}$ .

Saída:  $\hat{J} = (D_J, J)$ .

Auxiliar: Lista  $v(i)$ ,  $i = 0, 1, 2, \dots, |A| - 1$  e variáveis  $x$ ,  $n$  e  $i$ .

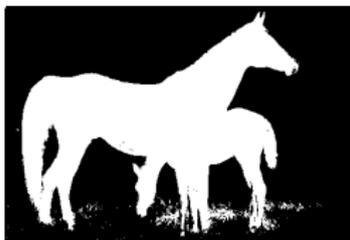
- 1 Para todo  $p \in D_J$ , faça
- 2      $n \leftarrow 0$ .
- 3     Para todo  $q \in \mathcal{A}(p)$ , tal que  $q \in D_I$ , faça
- 4          $v(n) \leftarrow I(q)$  e  $i \leftarrow n$ .
- 5         Enquanto  $i > 0$  e  $v(i) < v(i - 1)$ , faça
- 6              $x \leftarrow v(i)$ ,  $v(i) \leftarrow v(i - 1)$ ,  $v(i - 1) \leftarrow x$ ,  $i \leftarrow i - 1$ .
- 7          $n \leftarrow n + 1$ .
- 8      $J(p) \leftarrow v(n/2)$ .

# Filtro Moda

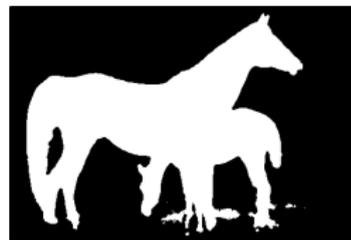
O filtro moda reduz erros de classificação, atribuindo a  $J(p)$  o valor mais frequente de  $I(q)$  entre spels  $q \in \mathcal{A}(p)$ , para todo  $p \in D_J$ .



Original



Antes da Moda



Depois da Moda

# Filtro Moda: Algoritmo

Entrada:  $\hat{I} = (D_I, I)$  e  $\mathcal{A}$ .

Saída:  $\hat{J} = (D_J, J)$ .

Auxiliar: Frequência  $f(i) \leftarrow 0, i = 0, 1, \dots, I_{\max}$ , onde  $I_{\max}$  é o maior brilho em  $\hat{I}$ , e variáveis  $i_{\max}$  e  $f_{\max}$ .

- 1 Para todo  $p \in D_J$ , faça
- 2     Para todo  $q \in \mathcal{A}(p)$ , tal que  $q \in D_I$ , faça
- 3          $f(I(q)) \leftarrow f(I(q)) + 1$ .
- 4      $i_{\max} \leftarrow nil$  e  $f_{\max} \leftarrow -\infty$ .
- 5     Para todo  $q \in \mathcal{A}(p)$ , tal que  $q \in D_I$ , faça
- 6         Se  $f(I(q)) > f_{\max}$ , então
- 7              $i_{\max} \leftarrow I(q)$  e  $f_{\max} \leftarrow f(I(q))$ .
- 8          $f(I(q)) \leftarrow 0$ .
- 9      $J(p) \leftarrow i_{\max}$ .

A morfologia matemática foi criada por Georges Matheron e Jean Serra em 1964 para analisar a geometria dos objetos em imagens binárias, e depois foi estendida para imagens cinzas.

A morfologia matemática foi criada por Georges Matheron e Jean Serra em 1964 para analisar a geometria dos objetos em imagens binárias, e depois foi estendida para imagens cinzas.

- Transformações morfológicas essencialmente comparam uma imagem com outra menor (**elemento estruturante**), cuja geometria conhecida modifica os objetos da imagem.

A morfologia matemática foi criada por Georges Matheron e Jean Serra em 1964 para analisar a geometria dos objetos em imagens binárias, e depois foi estendida para imagens cinzas.

- Transformações morfológicas essencialmente comparam uma imagem com outra menor (**elemento estruturante**), cuja geometria conhecida modifica os objetos da imagem.
- Duas operações básicas são **dilatação** e **erosão**.

A morfologia matemática foi criada por Georges Matheron e Jean Serra em 1964 para analisar a geometria dos objetos em imagens binárias, e depois foi estendida para imagens cinzas.

- Transformações morfológicas essencialmente comparam uma imagem com outra menor (**elemento estruturante**), cuja geometria conhecida modifica os objetos da imagem.
- Duas operações básicas são **dilatação** e **erosão**.
- A primeira “engorda” os objetos de uma imagem binária (deixa mais clara a imagem cinza) enquanto a segunda “emagrece” os objetos (deixa mais escura a imagem cinza).

A **dilatação**  $\hat{J} = \hat{I} \oplus \hat{K}$  de uma imagem  $\hat{I}$  por um elemento estruturante **não-planar**  $\hat{K}$  (kernel) é definida por:

$$J(p) = \max_{\forall q \in \mathcal{A}(p)} \{I(q) + K(q - p)\}.$$

Frequentemente, os valores de  $K(q - p)$  são nulos e o elemento estruturante é dito **planar**.

# Dilatação

A dilatação por um disco (elemento planar) de raio  $r = 10$  elimina “bacias” (regiões escuras) de tamanho menor que o disco.



Original



Dilatada

# Dilatação: Algoritmo

Entrada:  $\hat{I} = (D_I, I)$  e  $\hat{K}$ .

Saída:  $\hat{J} = (D_J, J)$ .

Auxiliar: Variável  $i_{\max}$ .

- 1 Para todo  $p \in D_J$ , faça
- 2      $i_{\max} \leftarrow -\infty$ .
- 3     Para todo  $q \in \mathcal{A}(p)$ , tal que  $q \in D_I$ , faça
- 4         Se  $I(q) + K(q - p) > i_{\max}$ , então
- 5              $i_{\max} \leftarrow I(q) + K(q - p)$ .
- 6      $J(p) \leftarrow i_{\max}$ .

A **erosão**  $\hat{J} = \hat{I} \ominus \hat{K}$  de uma imagem  $\hat{I}$  por um elemento estruturante **não-planar**  $\hat{K}$  (kernel) é definida por:

$$J(p) = \min_{\forall q \in \mathcal{A}(p)} \{I(q) - K(q - p)\}.$$

Frequentemente, os valores de  $K(q - p)$  são nulos e o elemento estruturante é dito **planar**.

A erosão por um disco (elemento planar) de raio  $r = 10$  elimina “domos” (regiões claras) de tamanho menor que o disco.



Original



Erodida

Entrada:  $\hat{I} = (D_I, I)$  e  $\hat{K}$ .

Saída:  $\hat{J} = (D_J, J)$ .

Auxiliar: Variável  $i_{\min}$ .

- 1 Para todo  $p \in D_J$ , faça
- 2      $i_{\min} \leftarrow +\infty$ .
- 3     Para todo  $q \in \mathcal{A}(p)$ , tal que  $q \in D_I$ , faça
- 4         Se  $I(q) - K(q - p) < i_{\min}$ , então
- 5              $i_{\min} \leftarrow I(q) - K(q - p)$ .
- 6      $J(p) \leftarrow i_{\min}$ .

As operações de dilatação e erosão podem ser combinadas para gerar vários filtros morfológicos, com as seguintes propriedades:

As operações de dilatação e erosão podem ser combinadas para gerar vários filtros morfológicos, com as seguintes propriedades:

- monotonicidade - O filtro  $\Psi$  preserva a relação de ordem entre as imagens cinza  $\hat{I} = (D_I, I)$  e  $\hat{J} = (D_J, J)$ , onde  $D_I = D_J$ .

$$\hat{I} \leq \hat{J} \Rightarrow \Psi(\hat{I}) \leq \Psi(\hat{J}),$$

onde  $\hat{I} \leq \hat{J}$  significa que  $I(p) \leq J(p)$ , para todo pixel  $p \in D_I$ .

As operações de dilatação e erosão podem ser combinadas para gerar vários filtros morfológicos, com as seguintes propriedades:

- monotonicidade - O filtro  $\Psi$  preserva a relação de ordem entre as imagens cinza  $\hat{I} = (D_I, I)$  e  $\hat{J} = (D_J, J)$ , onde  $D_I = D_J$ .

$$\hat{I} \leq \hat{J} \Rightarrow \Psi(\hat{I}) \leq \Psi(\hat{J}),$$

onde  $\hat{I} \leq \hat{J}$  significa que  $I(p) \leq J(p)$ , para todo pixel  $p \in D_I$ .

- idempotência - O filtro  $\Psi$  aplicado duas vezes à imagem gera o mesmo resultado de quando é aplicado uma única vez.

$$\Psi(\Psi(\hat{I})) = \Psi(\hat{I}).$$

# Fechamento e abertura

Filtros de fechamento e de abertura morfológicos buscam reduzir as degradações causadas pela dilatação e erosão.

Filtros de fechamento e de abertura morfológicos buscam reduzir as degradações causadas pela dilatação e erosão.

- O fechamento  $\hat{I} \bullet \hat{K}$  é dado por:

$$\hat{J} = (\hat{I} \oplus \hat{K}) \ominus \hat{K}$$

Filtros de fechamento e de abertura morfológicos buscam reduzir as degradações causadas pela dilatação e erosão.

- O fechamento  $\hat{I} \bullet \hat{K}$  é dado por:

$$\hat{J} = (\hat{I} \oplus \hat{K}) \ominus \hat{K}$$

- A abertura  $\hat{I} \circ \hat{K}$  é dada por:

$$\hat{J} = (\hat{I} \ominus \hat{K}) \oplus \hat{K}$$

# Fechamento e abertura



Original



Fechada



Aberta

# Filtros alternados sequênciais

- Filtros alternados sequênciais resultam da aplicação alternada de aberturas ( $O$  de *opening*) e fechamentos ( $C$  de *closing*) morfológicos.

# Filtros alternados sequênciais

- Filtros alternados sequênciais resultam da aplicação alternada de aberturas ( $O$  de *opening*) e fechamentos ( $C$  de *closing*) morfológicos.
- Por exemplo,

$$CO(\hat{I}, \hat{K}) = (\hat{I} \bullet \hat{K}) \circ \hat{K} \quad (1)$$

$$OC(\hat{I}, \hat{K}) = (\hat{I} \circ \hat{K}) \bullet \hat{K} \quad (2)$$

$$COC(\hat{I}, \hat{K}) = ((\hat{I} \bullet \hat{K}) \circ \hat{K}) \bullet \hat{K} \quad (3)$$

$$OCO(\hat{I}, \hat{K}) = ((\hat{I} \circ \hat{K}) \bullet \hat{K}) \circ \hat{K} \quad (4)$$

# Filtros alternados sequênciais

- Filtros alternados sequênciais resultam da aplicação alternada de aberturas ( $O$  de *opening*) e fechamentos ( $C$  de *closing*) morfológicos.
- Por exemplo,

$$CO(\hat{I}, \hat{K}) = (\hat{I} \bullet \hat{K}) \circ \hat{K} \quad (1)$$

$$OC(\hat{I}, \hat{K}) = (\hat{I} \circ \hat{K}) \bullet \hat{K} \quad (2)$$

$$COC(\hat{I}, \hat{K}) = ((\hat{I} \bullet \hat{K}) \circ \hat{K}) \bullet \hat{K} \quad (3)$$

$$OCO(\hat{I}, \hat{K}) = ((\hat{I} \circ \hat{K}) \bullet \hat{K}) \circ \hat{K} \quad (4)$$

- Esses filtros também podem ser aplicados sucessivas vezes aumentando o tamanho do elemento estruturante a cada passo.

# Gradiente morfológico

- Como a erosão é uma operação anti-extensiva (a função resultante é menor que a original) e a dilatação é extensiva, bordas da imagem podem ser realçadas calculando-se o resíduo dessas operações.

- Como a erosão é uma operação anti-extensiva (a função resultante é menor que a original) e a dilatação é extensiva, bordas da imagem podem ser realçadas calculando-se o resíduo dessas operações.
- 

$$\hat{G}_1 = \hat{I} - (\hat{I} \ominus \hat{K})$$

$$\hat{G}_2 = (\hat{I} \oplus \hat{K}) - \hat{I}$$

$$\hat{G}_3 = (\hat{I} \oplus \hat{K}) - (\hat{I} \ominus \hat{K})$$

- Como a erosão é uma operação anti-extensiva (a função resultante é menor que a original) e a dilatação é extensiva, bordas da imagem podem ser realçadas calculando-se o resíduo dessas operações.
- 

$$\begin{aligned}\hat{G}_1 &= \hat{I} - (\hat{I} \ominus \hat{K}) \\ \hat{G}_2 &= (\hat{I} \oplus \hat{K}) - \hat{I} \\ \hat{G}_3 &= (\hat{I} \oplus \hat{K}) - (\hat{I} \ominus \hat{K})\end{aligned}$$

- As imagens resultantes são denominadas gradientes morfológicos e podem ser usadas na segmentação. Note que este tipo de gradiente é não-direcional.

# Chapéu mexicano

- Outra forma de realçar bordas (*WTH* de *white top-hat*) ou objetos escuros (*BTH* de *black top-hat*) na imagem é calculando o resíduo com relação à abertura e ao fechamento.

- Outra forma de realçar bordas (*WTH* de *white top-hat*) ou objetos escuros (*BTH* de *black top-hat*) na imagem é calculando o resíduo com relação à abertura e ao fechamento.



$$WTH(\hat{I}, \hat{K}) = \hat{I} - (\hat{I} \circ \hat{K})$$

$$BTH(\hat{I}, \hat{K}) = (\hat{I} \bullet \hat{K}) - \hat{I}$$

- Outra forma de realçar bordas (*WTH* de *white top-hat*) ou objetos escuros (*BTH* de *black top-hat*) na imagem é calculando o resíduo com relação à abertura e ao fechamento.



$$WTH(\hat{I}, \hat{K}) = \hat{I} - (\hat{I} \circ \hat{K})$$

$$BTH(\hat{I}, \hat{K}) = (\hat{I} \bullet \hat{K}) - \hat{I}$$

- O volume de resíduo para elementos estruturantes de diferentes tamanhos pode ser utilizado para descrever o conteúdo granulométrico da imagem (análise de textura por granulometria).

# Transformada tudo-ou-nada

- A transformada tudo-ou-nada (*HMT* de *hit-or-miss transform*) é usada para encontrar configurações específicas de spels em imagens binárias.

# Transformada tudo-ou-nada

- A transformada tudo-ou-nada (*HMT* de *hit-or-miss transform*) é usada para encontrar configurações específicas de spels em imagens binárias.
- Não existe extensão da *HMT* para o caso de imagens cinza.

# Transformada tudo-ou-nada

- A transformada tudo-ou-nada (*HMT* de *hit-or-miss transform*) é usada para encontrar configurações específicas de spels em imagens binárias.
- Não existe extensão da *HMT* para o caso de imagens cinza.
- Sejam  $\hat{K}_0$  e  $\hat{K}_1$  dois elementos **estruturantes planares** com mesma origem, onde o primeiro indica a configuração desejada dos spels com valor zero e o segundo indica a configuração desejada dos spels com valor 1.

# Transformada tudo-ou-nada

- A transformada tudo-ou-nada (*HMT* de *hit-or-miss transform*) é usada para encontrar configurações específicas de spels em imagens binárias.
- Não existe extensão da *HMT* para o caso de imagens cinza.
- Sejam  $\hat{K}_0$  e  $\hat{K}_1$  dois elementos **estruturantes planares** com mesma origem, onde o primeiro indica a configuração desejada dos spels com valor zero e o segundo indica a configuração desejada dos spels com valor 1.
- 

$$\hat{J} = (\hat{I} \ominus \hat{K}_1) \cap (\hat{I}^c \ominus \hat{K}_0)$$