

# MC-202 — Aula 18

## Escolhendo uma estrutura de dados

Lehilton Pedrosa

Instituto de Computação – Unicamp

Segundo Semestre de 2015

# Roteiro

- 1 Introdução
- 2 Pior caso da AVL
- 3 Treap
- 4 Relembrando e entendendo

# Árvores, árvores e mais árvores

Já vimos diversas árvores e variantes.

# Árvores, árvores e mais árvores

Já vimos diversas árvores e variantes.

Mas, afinal, qual usar?

# Árvores, árvores e mais árvores

Já vimos diversas árvores e variantes.

Mas, afinal, qual usar?

**Resposta:** Depende

# Árvores, árvores e mais árvores

Já vimos diversas árvores e variantes.

Mas, afinal, qual usar?

**Resposta:** Depende de quê?

# Árvores, árvores e mais árvores

Já vimos diversas árvores e variantes.

Mas, afinal, qual usar?

**Resposta:** Depende de quê?

## Analisando um problema

Sempre que vamos escolher uma estrutura de dados para resolver um problema, temos que perguntar:

- quantos elementos?
- quantas vezes vamos utilizá-lo?
- que operações queremos realizar?
- queremos alguma garantia?
- que restrições?

# Árvores, árvores e mais árvores

Já vimos diversas árvores e variantes.

Mas, afinal, qual usar?

**Resposta:** Depende de quê?

## Analisando um problema

Sempre que vamos escolher uma estrutura de dados para resolver um problema, temos que perguntar:

- quantos elementos?
- quantas vezes vamos utilizá-lo?
- que operações queremos realizar?
- queremos alguma garantia?
- que restrições?
- que forma deve ter a estrutura: matriz, árvore, etc.?



# Árvores, árvores e mais árvores

Já vimos diversas árvores e variantes.

Mas, afinal, qual usar?

**Resposta:** Depende de quê?

## Analisando um problema

Sempre que vamos escolher uma estrutura de dados para resolver um problema, temos que perguntar:

- quantos elementos?
- quantas vezes vamos utilizá-lo?
- que operações queremos realizar?
- queremos alguma garantia?
- que restrições?
- que forma deve ter a estrutura: matriz, árvore, etc.?
- ...

## Exemplo: AVL, uma estrutura “garantidamente” boa

Uma busca sempre acessa no máximo  $1.44 \log_2 n + C$  nós!

## Exemplo: AVL, uma estrutura “garantidamente” boa

Uma busca sempre acessa no máximo  $1.44 \log_2 n + C$  nós!

**Vamos verificar:** Qual a menor árvore com uma certa altura?

## Exemplo: AVL, uma estrutura “garantidamente” boa

Uma busca sempre acessa no máximo  $1.44 \log_2 n + C$  nós!

**Vamos verificar:** Qual a menor árvore com uma certa altura?

$F_0$

## Exemplo: AVL, uma estrutura “garantidamente” boa

Uma busca sempre acessa no máximo  $1.44 \log_2 n + C$  nós!

**Vamos verificar:** Qual a menor árvore com uma certa altura?

$F_1$

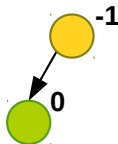


## Exemplo: AVL, uma estrutura “garantidamente” boa

Uma busca sempre acessa no máximo  $1.44 \log_2 n + C$  nós!

**Vamos verificar:** Qual a menor árvore com uma certa altura?

$F_2$

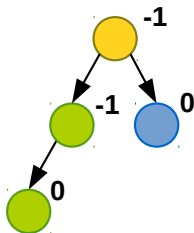


## Exemplo: AVL, uma estrutura “garantidamente” boa

Uma busca sempre acessa no máximo  $1.44 \log_2 n + C$  nós!

**Vamos verificar:** Qual a menor árvore com uma certa altura?

$F_3$

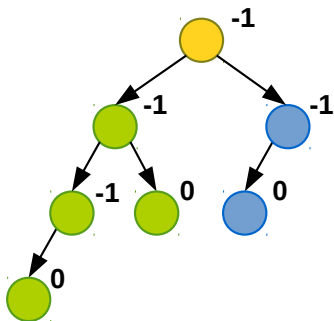


## Exemplo: AVL, uma estrutura “garantidamente” boa

Uma busca sempre acessa no máximo  $1.44 \log_2 n + C$  nós!

**Vamos verificar:** Qual a menor árvore com uma certa altura?

$F_4$

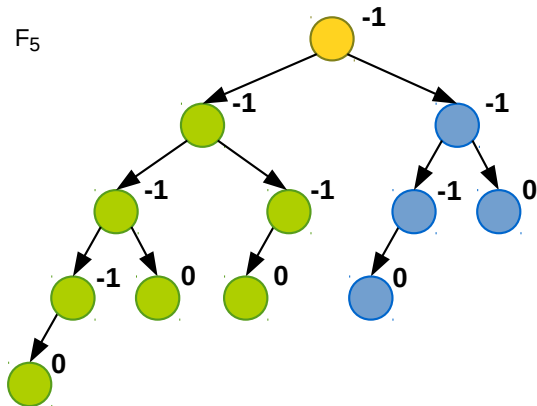




## Exemplo: AVL, uma estrutura “garantidamente” boa

Uma busca sempre acessa no máximo  $1.44 \log_2 n + C$  nós!

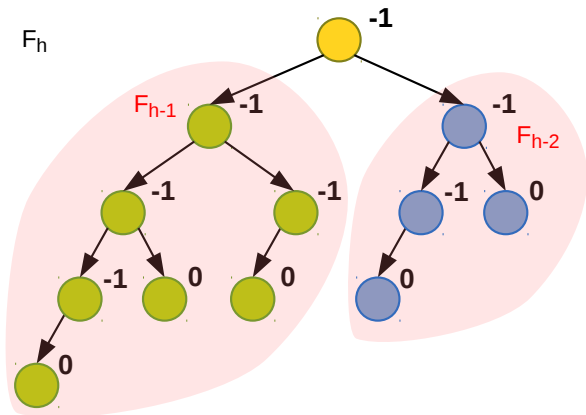
**Vamos verificar:** Qual a menor árvore com uma certa altura?



## Exemplo: AVL, uma estrutura “garantidamente” boa

Uma busca sempre acessa no máximo  $1.44 \log_2 n + C$  nós!

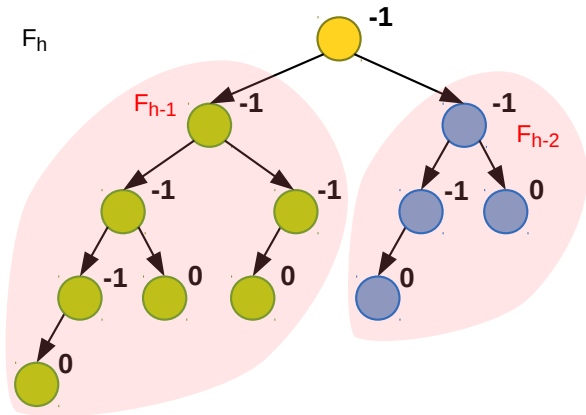
**Vamos verificar:** Qual a menor árvore com uma certa altura?



# Exemplo: AVL, uma estrutura “garantidamente” boa

Uma busca sempre acessa no máximo  $1.44 \log_2 n + C$  nós!

**Vamos verificar:** Qual a menor árvore com uma certa altura?



**Exercício:** mostrar o limitante acima.

## Outro exemplo: *Treap*, não “garantidamente” boa

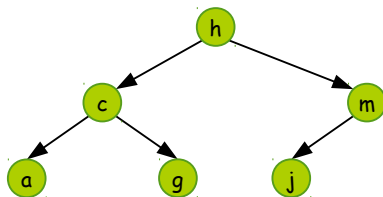
Mais uma árvore: *tree* + *heap*

- introduzida por Cecilia R. Aragon and Raimund Seidel (1989)

## Outro exemplo: *Treap*, não “garantidamente” boa

Mais uma árvore: *tree* + *heap*

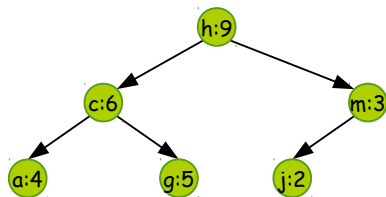
- introduzida por Cecilia R. Aragon and Raimund Seidel (1989)



## Outro exemplo: *Treap*, não “garantidamente” boa

Mais uma árvore: *tree* + *heap*

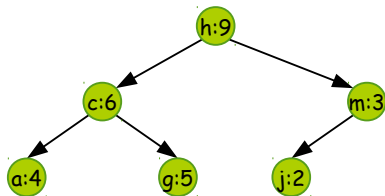
- introduzida por Cecilia R. Aragon and Raimund Seidel (1989)



## Outro exemplo: *Treap*, não “garantidamente” boa

Mais uma árvore: *tree* + *heap*

- introduzida por Cecilia R. Aragon and Raimund Seidel (1989)

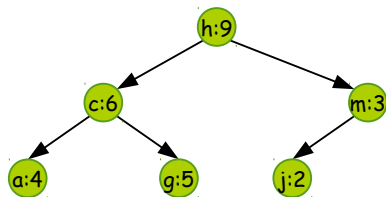


## Propriedades

## Outro exemplo: *Treap*, não “garantidamente” boa

Mais uma árvore: *tree* + *heap*

- introduzida por Cecilia R. Aragon and Raimund Seidel (1989)



### Propriedades

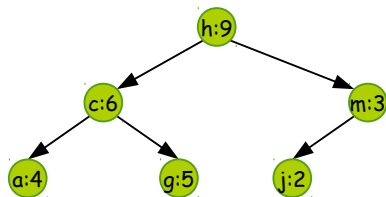
- árvore de busca comum



## Outro exemplo: *Treap*, não “garantidamente” boa

Mais uma árvore: *tree* + *heap*

- introduzida por Cecilia R. Aragon and Raimund Seidel (1989)



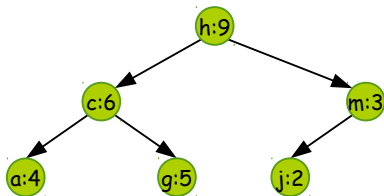
### Propriedades

- árvore de busca comum
- cada nó tem uma prioridade **aleatória**

## Outro exemplo: *Treap*, não “garantidamente” boa

Mais uma árvore: *tree* + *heap*

- introduzida por Cecilia R. Aragon and Raimund Seidel (1989)



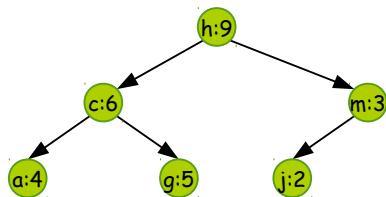
### Propriedades

- árvore de busca comum
- cada nó tem uma prioridade **aleatória**
- os nós respeita a propriedade de **max-heap**

## Outro exemplo: *Treap*, não “garantidamente” boa

Mais uma árvore: *tree* + *heap*

- introduzida por Cecilia R. Aragon and Raimund Seidel (1989)



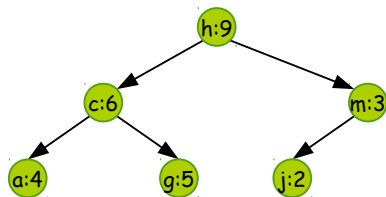
### Propriedades

- árvore de busca comum
- cada nó tem uma prioridade **aleatória**
- os nós respeita a propriedade de **max-heap**
- garantia de pior caso:  $O(n)$

## Outro exemplo: *Treap*, não “garantidamente” boa

Mais uma árvore: *tree* + *heap*

- introduzida por Cecilia R. Aragon and Raimund Seidel (1989)

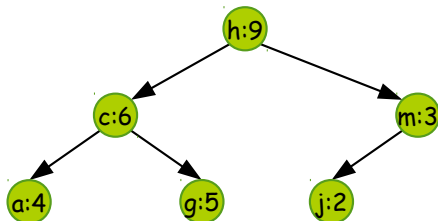


### Propriedades

- árvore de busca comum
- cada nó tem uma prioridade **aleatória**
- os nós respeita a propriedade de ***max-heap***
- garantia de pior caso:  $O(n)$
- mas executa em  $O(\log n)$  com **alta prioridade**

# Inserindo em uma *Treap*

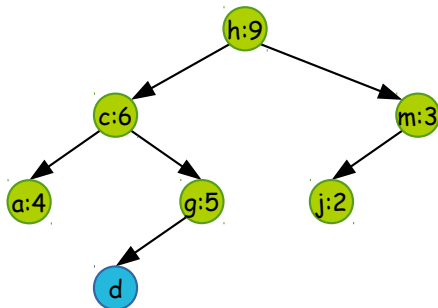
## Algoritmo



# Inserindo em uma *Treap*

## Algoritmo

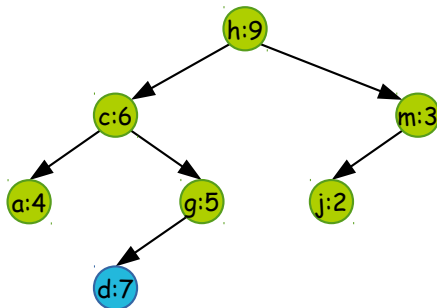
- 1 inserimos normalmente



# Inserindo em uma *Treap*

## Algoritmo

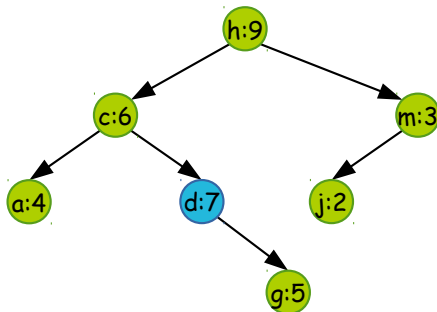
- 1 inserimos normalmente
- 2 adicionamos uma prioridade aleatória



# Inserindo em uma *Treap*

## Algoritmo

- 1 inserimos normalmente
- 2 adicionamos uma prioridade aleatória
- 3 subimos rotacionando

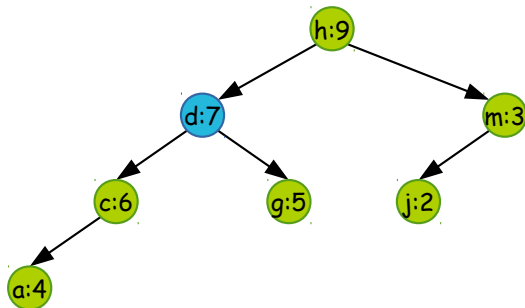




# Inserindo em uma *Treap*

## Algoritmo

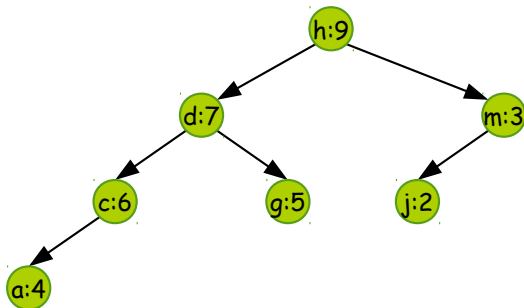
- 1 inserimos normalmente
- 2 adicionamos uma prioridade aleatória
- 3 subimos rotacionando



# Inserindo em uma *Treap*

## Algoritmo

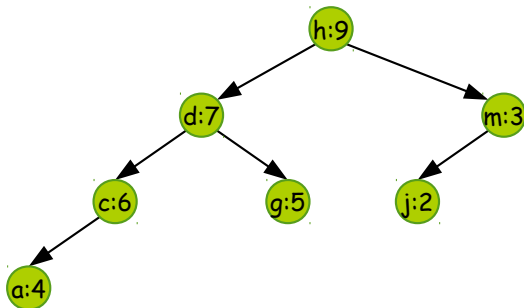
- 1 inserimos normalmente
- 2 adicionamos uma prioridade aleatória
- 3 subimos rotacionando



# Inserindo em uma *Treap*

## Algoritmo

- 1 inserimos normalmente
- 2 adicionamos uma prioridade aleatória
- 3 subimos rotacionando



**Variante:** aumentamos a prioridade dos elementos mais acessados

# Então?

# Então?

## O que obtemos dos exemplos

- Algumas têm garantias sempre
- Outras são boas em situações específica
- Outras estruturas têm aplicações específicas
- ...

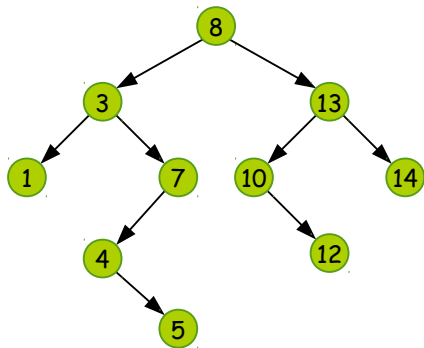
# Então?

## O que obtemos dos exemplos

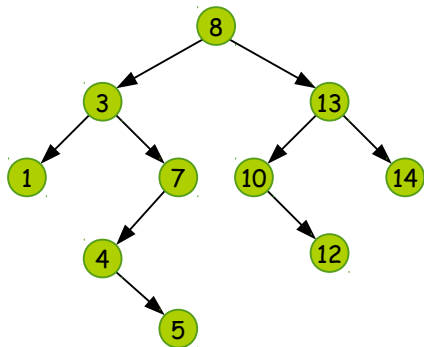
- Algumas têm garantias sempre
- Outras são boas em situações específica
- Outras estruturas têm aplicações específicas
- ...

Revisando...

# Árvore de Busca Comum



# Árvore de Busca Comum

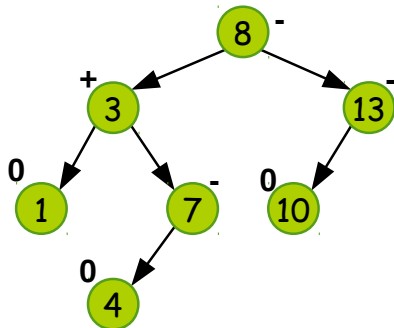


**Objetivos:** Organizar objetos “ordenáveis”

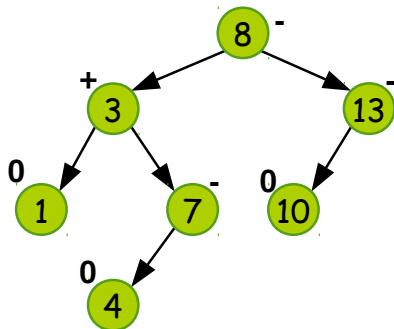
**Problema:** Desbalanceamento



# Árvore Balanceada AVL



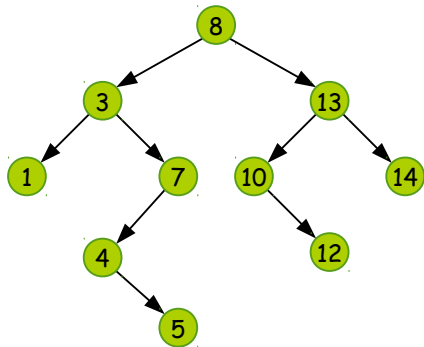
# Árvore Balanceada AVL



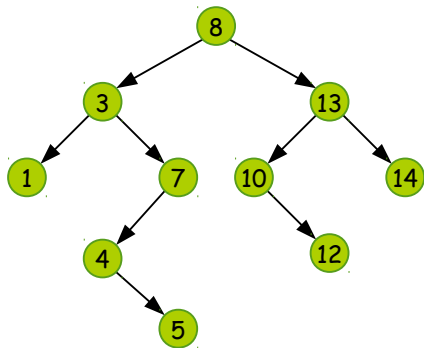
**Objetivos:** Garantir desbalanceamento

**Problema:** Muitas rotações

# Árvore de Afunilamento



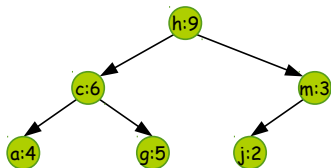
# Árvore de Afunilamento



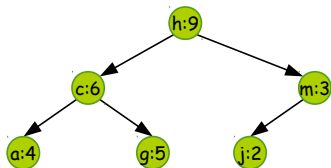
**Objetivos:** Aproveitar propriedade de referência e localidade

**Problema:** Pior caso

# Árvore Treap



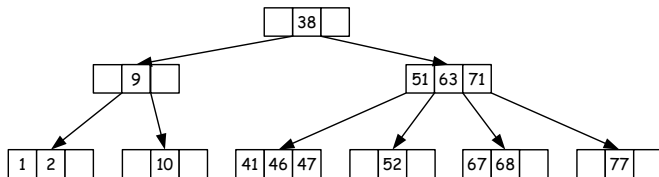
# Árvore Treap



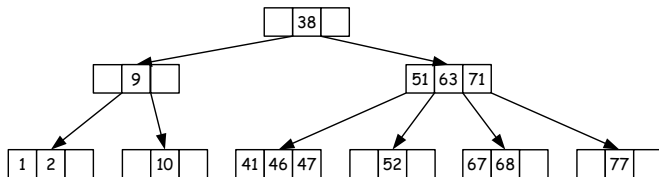
**Objetivos:** Balancear árvore

**Problema:** Pior caso

# Árvore-B



# Árvore-B

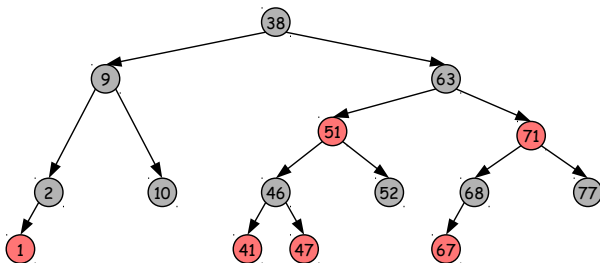


**Objetivos:** Altura da árvore “praticamente” constante

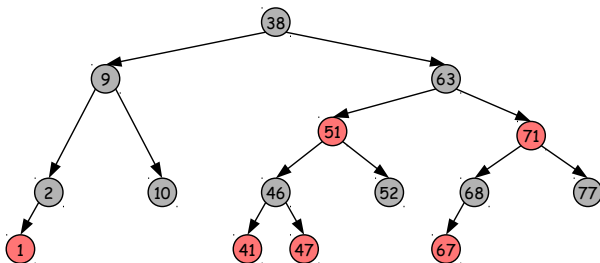
**Observação:** Para armazenamento externo



# Árvore Rubro-Negra



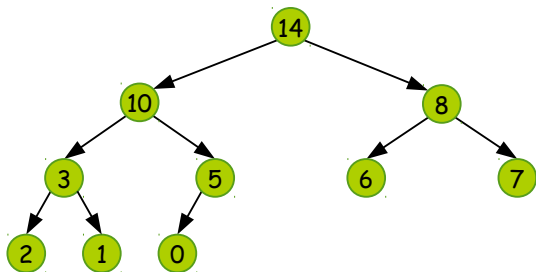
# Árvore Rubro-Negra



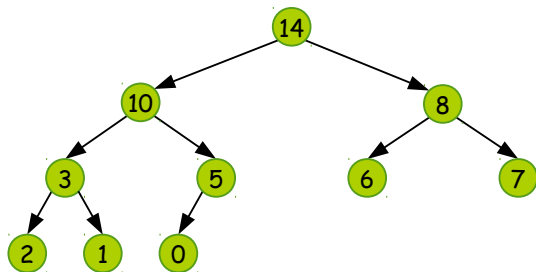
**Objetivos:** Balancear árvore binária

**Problema:** Altura em geral pior que AVL

# Fila de Prioridade



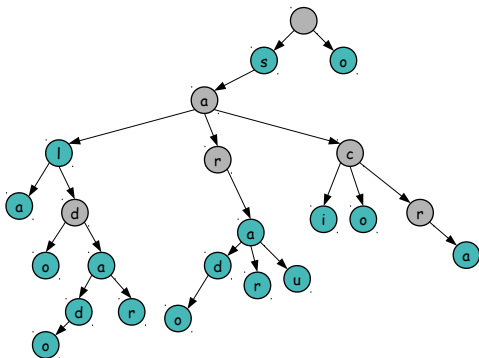
# Fila de Prioridade



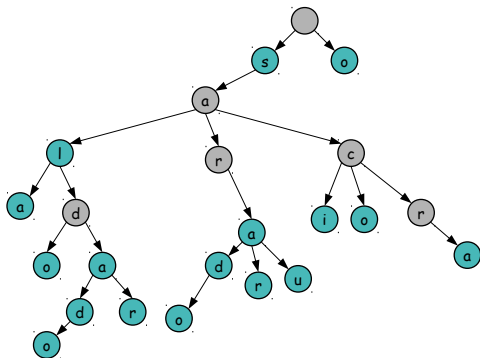
**Objetivos:** Encontrar o próximo maior rapidamente

**Observação:** Não serve para busca

# Árvore de Prefixos



# Árvore de Prefixos



**Objetivos:** Dicionário de palavras

**Problema:** Memória ocupada

# Situação 1

## Campeonato

Uma competição tem vários jogadores. Os jogadores são separados em níveis: série A, B, ..., Z (sendo A os de elite e Z os recém inscritos). A cada jogo, o jogador pode ganhar ou perder pontos. Em cada torneio, os primeiros de um grupo sobem de nível e os últimos descem. Qual a melhor estrutura de dados?

## Situação 2

### Estatísticas de universidade

Em uma universidade, os seus vários alunos são classificados pelo CR. Um aluno, que acha essa classificação injusta, fez a seguinte afirmação:

- meu CR é baixo, mas cursei 100% de disciplinas de “exatas”;
- os alunos de CR alto só cursam disciplinas de “humanas”.



## Situação 2

### Estatísticas de universidade

Em uma universidade, os seus vários alunos são classificados pelo CR. Um aluno, que acha essa classificação injusta, fez a seguinte afirmação:

- meu CR é baixo, mas cursei 100% de disciplinas de “exatas”;
- os alunos de CR alto só cursam disciplinas de “humanas”.

É claro que a afirmação do aluno é incoerente. Pra mostrar isso, você tem que criar uma estrutura de dados que, dados quaisquer pares  $a$  e  $b$ , retorne eficientemente o percentual de disciplinas de exatas cursadas por todos os alunos com CR entre  $a$  e  $b$ .

## Exercícios em dupla

- 1 Compare *treaps* e *árvore de afunilamento*. Leia a seguinte afirmação e se concordar, explique porque é válida, ou, se não, diga porque ela não está correta: “Suponha que, em uma *treap*  $T$ , sempre que inserirmos um nó, ele tem a prioridade maior que todos os outros já inseridos. Se criarmos uma *árvore de afunilamento*  $S$  usando a mesma sequência de inserções, então  $T$  e  $S$  serão iguais.”
- 2 Você têm o seguinte problema: “Em uma pesquisa, diversos dados são coletados. Cada dado é um número que corresponde a um vetor no espaço  $R^2$  (isso é, é um par  $(x, y)$  de números). Uma vez coletados, é necessário realizar diversos experimentos. Escolha a estrutura de dados mais eficiente, justifique sua escolha (por que essa é adequada? e por que outras são menos apropriadas?) e escreva o algoritmo para as seguintes situações.
  - ▶ Se queremos realizar repetidas buscas pelo par  $(x, y)$  com maior valor de  $x$ .
  - ▶ Se quisermos iteradamente remover os pares de pontos mais distantes.