

MC-202 — Aula 22

Tabela de Espalhamento

Lehilton Pedrosa

Instituto de Computação – Unicamp

Segundo Semestre de 2015

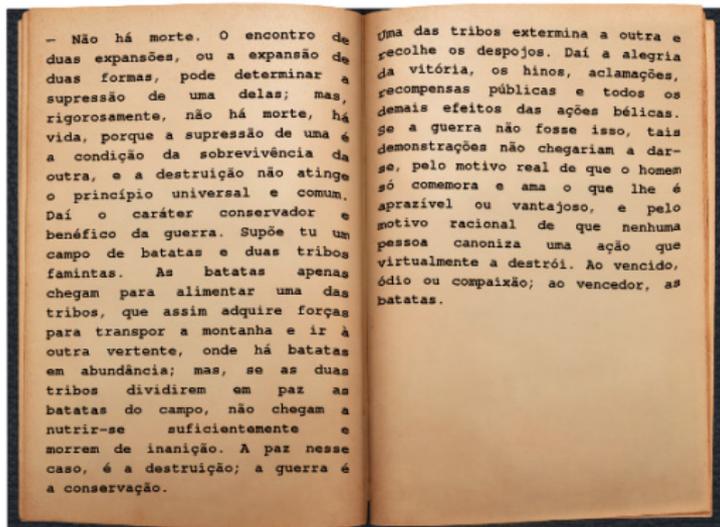
Roteiro

1 Introdução

2 Tabela de Espalhamento

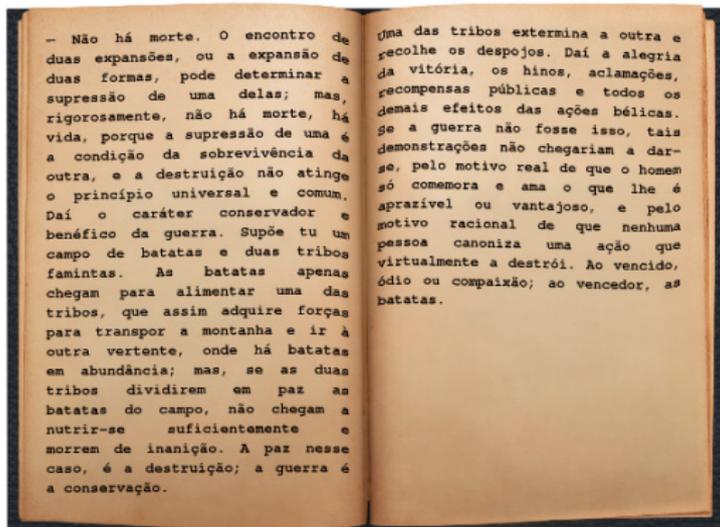
Introdução

Queremos contar o número de ocorrências de cada palavra da biblioteca.



Introdução

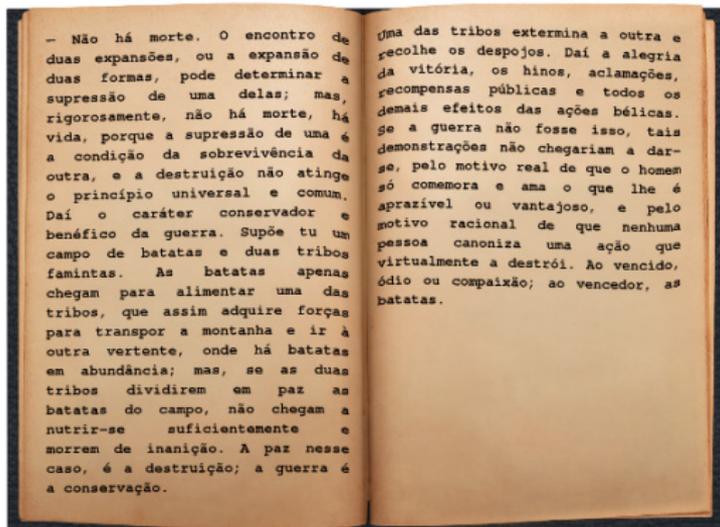
Queremos contar o número de ocorrências de cada palavra da biblioteca.



- no idioma, há cerca de milhares de palavras

Introdução

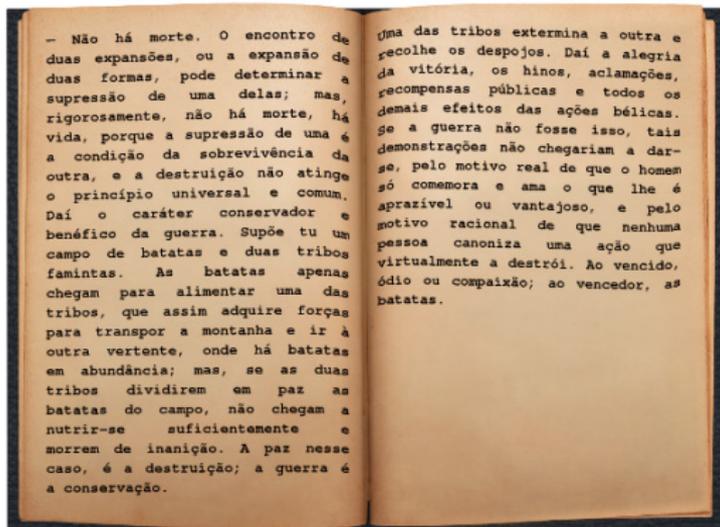
Queremos contar o número de ocorrências de cada palavra da biblioteca.



- no idioma, há cerca de milhares de palavras
- mas no total, há milhões de ocorrências!

Introdução

Queremos contar o número de ocorrências de cada palavra da biblioteca.



- no idioma, há cerca de milhares de palavras
- mas no total, há milhões de ocorrências!

Problema: usar uma árvore balanceada já não parece tão rápido

Objetivo: acesso direto

Objetivo: acesso direto

Exemplo, para algumas palavras:

Objetivo: acesso direto

Exemplo, para algumas palavras:

dia:	6 ocorrências
escola:	13 ocorrências
gratuito:	1 ocorrências
igreja:	8 ocorrências
jeito:	5 ocorrências
lata:	2 ocorrências

Objetivo: acesso direto

Exemplo, para algumas palavras:

dia:	6 ocorrências
escola:	13 ocorrências
gratuito:	1 ocorrência
igreja:	8 ocorrências
jeito:	5 ocorrências
lata:	2 ocorrências

Acesso direto

Queremos acessar em tempo $O(1)$, como se fosse um vetor:

Objetivo: acesso direto

Exemplo, para algumas palavras:

dia:	6 ocorrências
escola:	13 ocorrências
gratuito:	1 ocorrências
igreja:	8 ocorrências
jeito:	5 ocorrências
lata:	2 ocorrências

Acesso direto

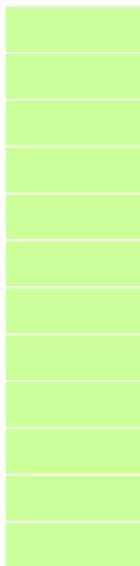
Queremos acessar em tempo $O(1)$, como se fosse um vetor:

```
ocorrencias['igreja'] = 8
```

Uma tentativa

Ideia

Uma tentativa



Ideia

- guardamos em um vetor

Uma tentativa

lata
jeito
igreja
gratuito
escola
dia

Ideia

- guardamos em um vetor

Uma tentativa

a	
b	
c	
d	dia
e	escola
f	
g	gratuito
h	
i	igreja
j	jeito
k	
l	lata

Ideia

- guardamos em um vetor
- escolhemos a posição de acordo com a “primeira letra”

Uma tentativa

0	a	
1	b	
2	c	
3	d	dia
4	e	escola
5	f	
6	g	gratuito
7	h	
8	i	igreja
9	j	jeito
10	k	
11	l	lata

Ideia

- guardamos em um vetor
- escolhemos a posição de acordo com a “primeira letra”

Uma tentativa

0	→	
1	→	
2	→	
3	→	dia
4	→	escola
5	→	
6	→	gratuito
7	→	
8	→	igreja
9	→	jeito
10	→	
11	→	lata

Ideia

- guardamos em um vetor
- escolhemos a posição de acordo com a “primeira letra”

Uma tentativa

0	→	NULL
1	→	NULL
2	→	NULL
3	→	dia
4	→	escola
5	→	NULL
6	→	gratuito
7	→	NULL
8	→	igreja
9	→	jeito
10	→	NULL
11	→	lata

Ideia

- guardamos em um vetor
- escolhemos a posição de acordo com a “primeira letra”

Testando

0	→	
1	→	
2	→	
3	→	dia
4	→	escola
5	→	
6	→	gratuito
7	→	
8	→	igreja
9	→	jeito
10	→	
11	→	lata

Testando

Inserir: bola

0	→	
1	→	
2	→	
3	→	dia
4	→	escola
5	→	
6	→	gratuito
7	→	
8	→	igreja
9	→	jeito
10	→	
11	→	lata

Inserindo bola

Testando

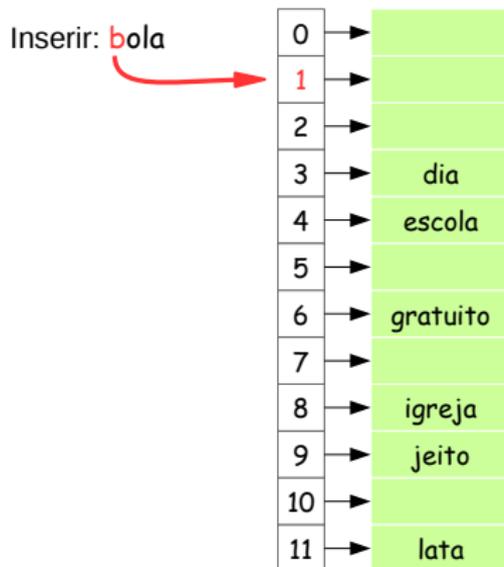
Inserir: **bola**

0	→	
1	→	
2	→	
3	→	dia
4	→	escola
5	→	
6	→	gratuito
7	→	
8	→	igreja
9	→	jeito
10	→	
11	→	lata

Inserindo bola

- descobrimos a posição pela letra da chave

Testando



Inserindo bola

- descobrimos a posição pela letra da chave

Testando



Inserindo bola

- descobrimos a posição pela letra da chave
- guardamos o ponteiro do nó correspondente

Lidando com conflitos

0	→	
1	→	bola
2	→	
3	→	dia
4	→	escola
5	→	
6	→	gratuito
7	→	
8	→	igreja
9	→	jeito
10	→	
11	→	lata

Lidando com conflitos

Inserir: bela

0	→	
1	→	bola
2	→	
3	→	dia
4	→	escola
5	→	
6	→	gratuito
7	→	
8	→	igreja
9	→	jeito
10	→	
11	→	lata

Inserindo bela

Lidando com conflitos



Inserindo bela

- descobrimos a posição pela letra da chave

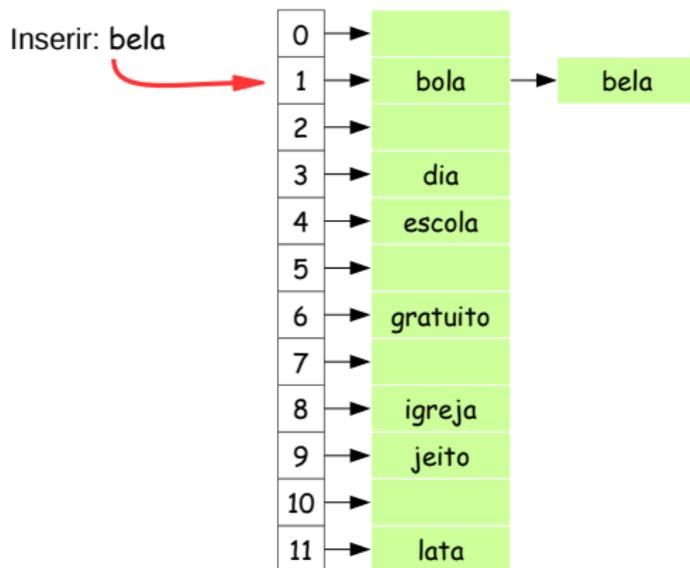
Lidando com conflitos



Inserindo bela

- descobrimos a posição pela letra da chave
- se já houver elemento

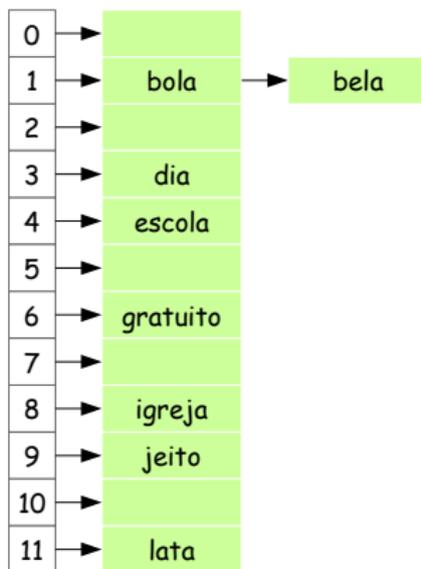
Lidando com conflitos



Inserindo bela

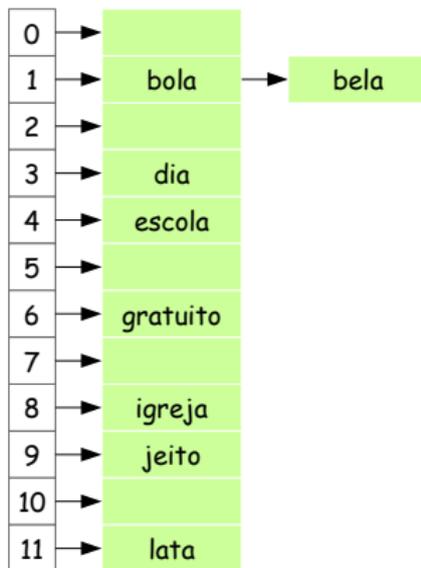
- descobrimos a posição pela letra da chave
- se já houver elemento, adicionamos no fim da **lista**

Continuando nosso teste



Continuando nosso teste

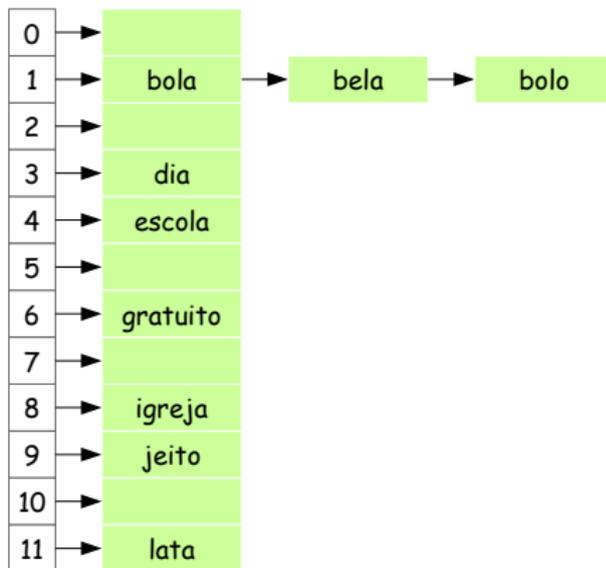
Inserir: bolo



Inserindo vários com letra b

Continuando nosso teste

Inserir: bolo

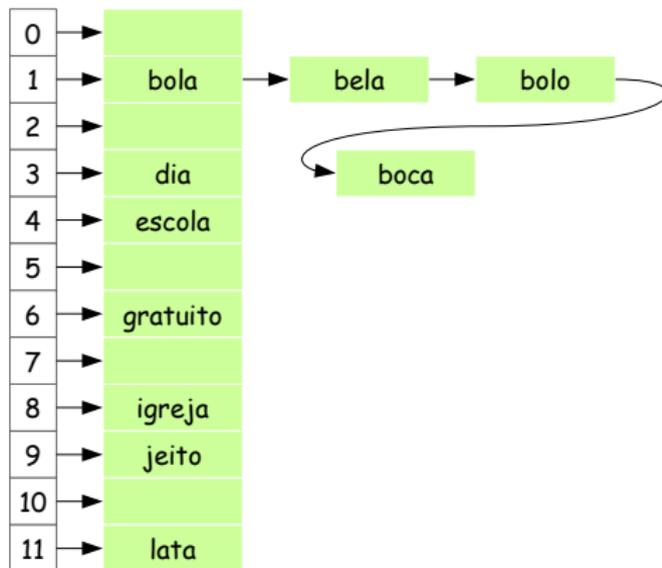


Inserindo vários com letra b

- inserimos bolo,

Continuando nosso teste

Inserir: boca

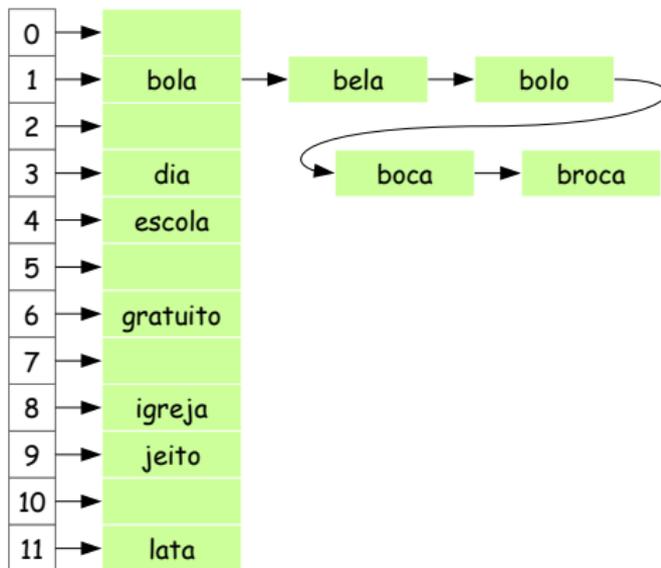


Inserindo vários com letra b

- inserimos bolo, boca,

Continuando nosso teste

Inserir: broca

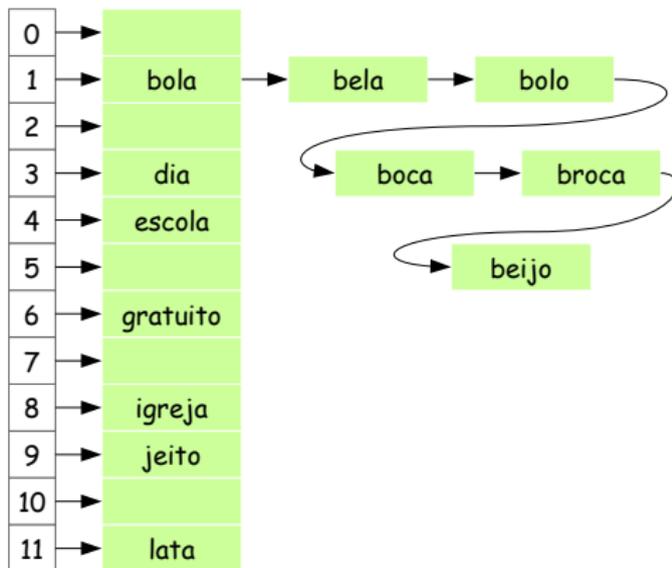


Inserindo vários com letra b

- inserimos bolo, boca, broca,

Continuando nosso teste

Inserir: beijo

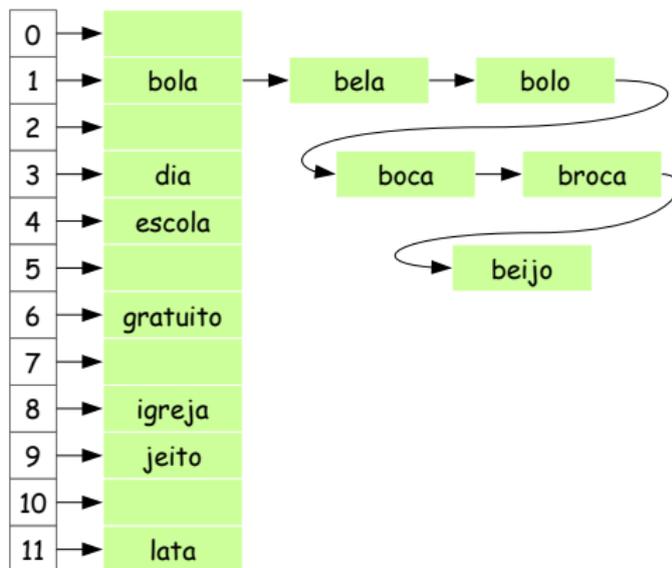


Inserindo vários com letra b

- inserimos bolo, boca, broca, beijo

Continuando nosso teste

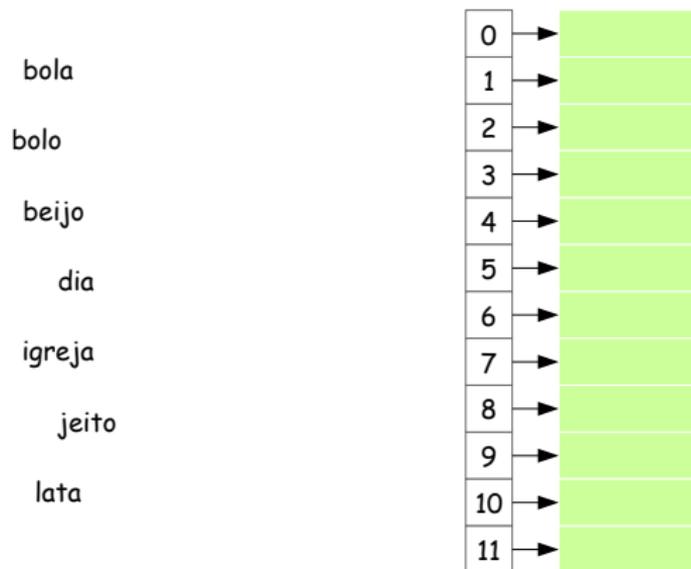
Inserir: beijo



Inserindo vários com letra b

- inserimos bolo, boca, broca, beijo
- a tabela está degenerada em lista

Espalhamento



Corrigimos

Espalhamento

bola

bolo

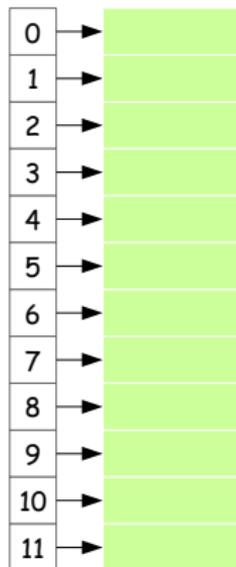
beijo

dia

igreja

jeito

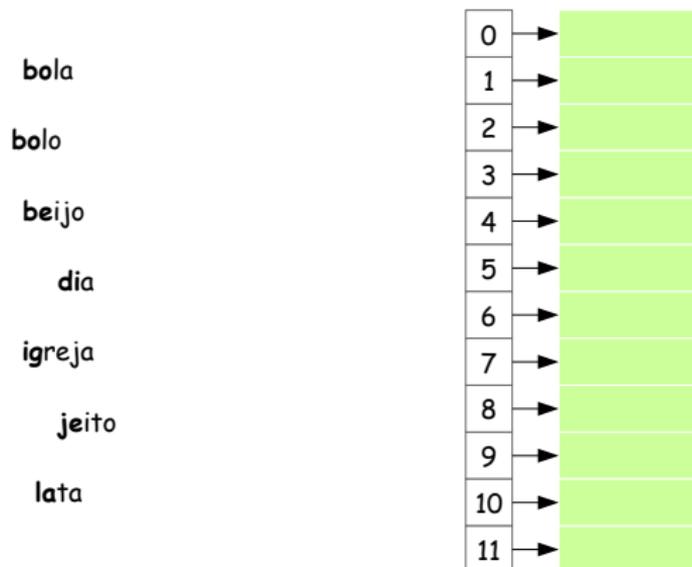
lata



Corrigimos

- vamos tentar **espalhar** melhor:

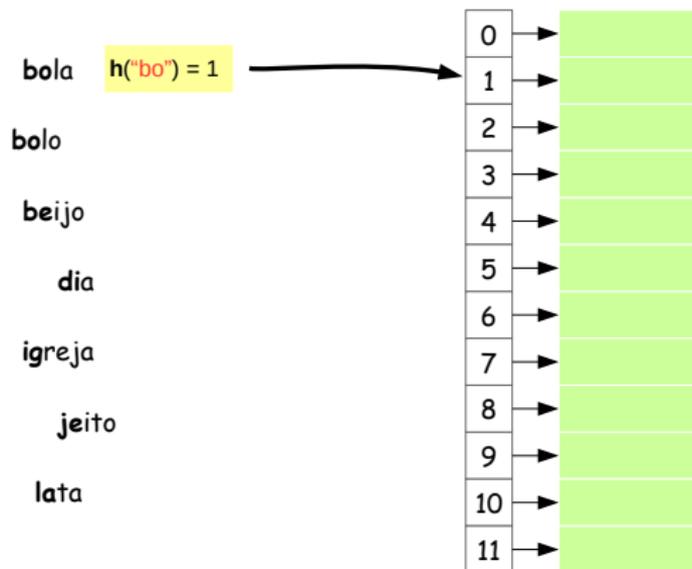
Espalhamento



Corrigimos

- vamos tentar **espalhar** melhor: usamos um **picado** (*hash*) da chave

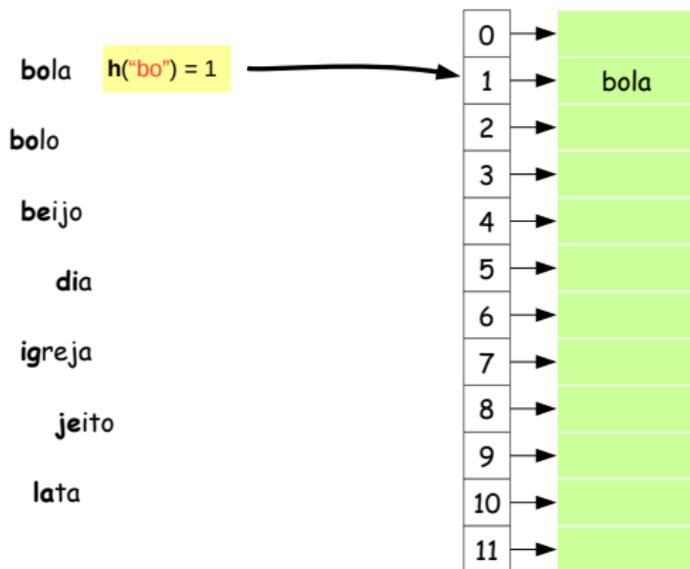
Espalhamento



Corrigimos

- vamos tentar **espalhar** melhor: usamos um **picado** (*hash*) da chave
- vamos associar a chave a um número inteiro (entre 0 e 11)

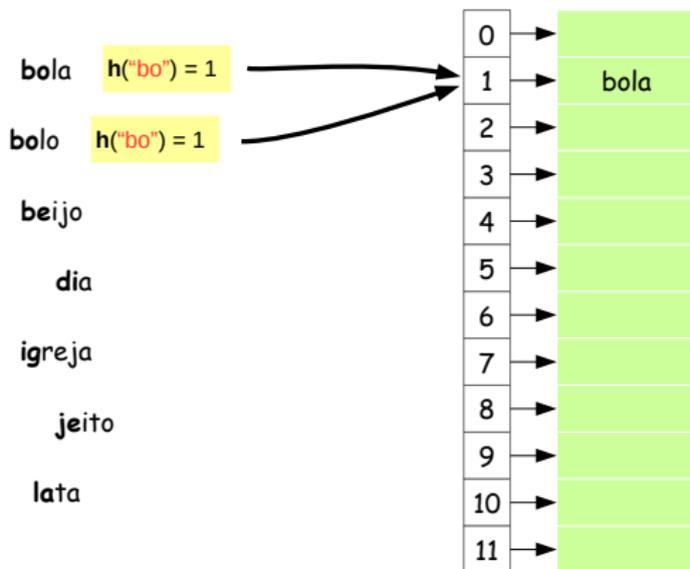
Espalhamento



Corrigimos

- vamos tentar **espalhar** melhor: usamos um **picado** (*hash*) da chave
- vamos associar a chave a um número inteiro (entre 0 e 11)

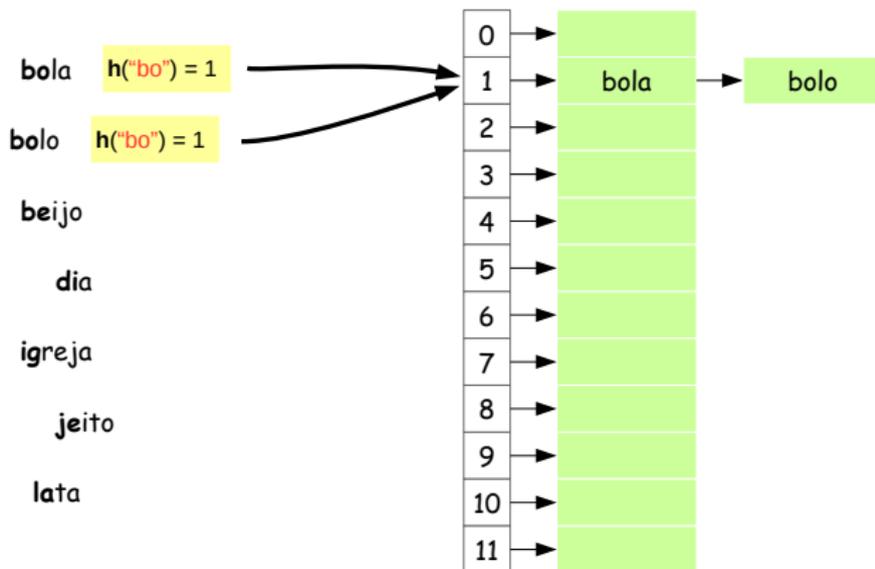
Espalhamento



Corrigimos

- vamos tentar **espalhar** melhor: usamos um **picado** (*hash*) da chave
- vamos associar a chave a um número inteiro (entre 0 e 11)

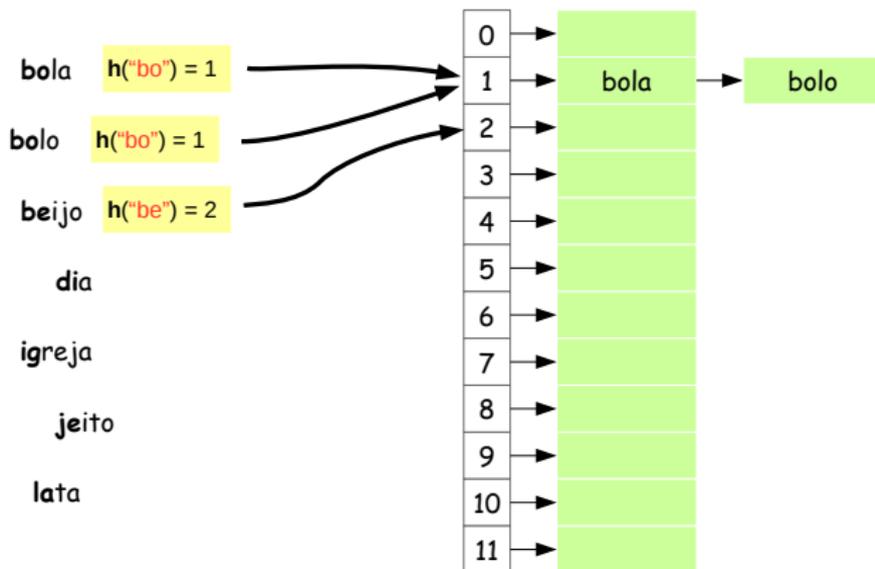
Espalhamento



Corrigimos

- vamos tentar **espalhar** melhor: usamos um **picado** (*hash*) da chave
- vamos associar a chave a um número inteiro (entre 0 e 11)

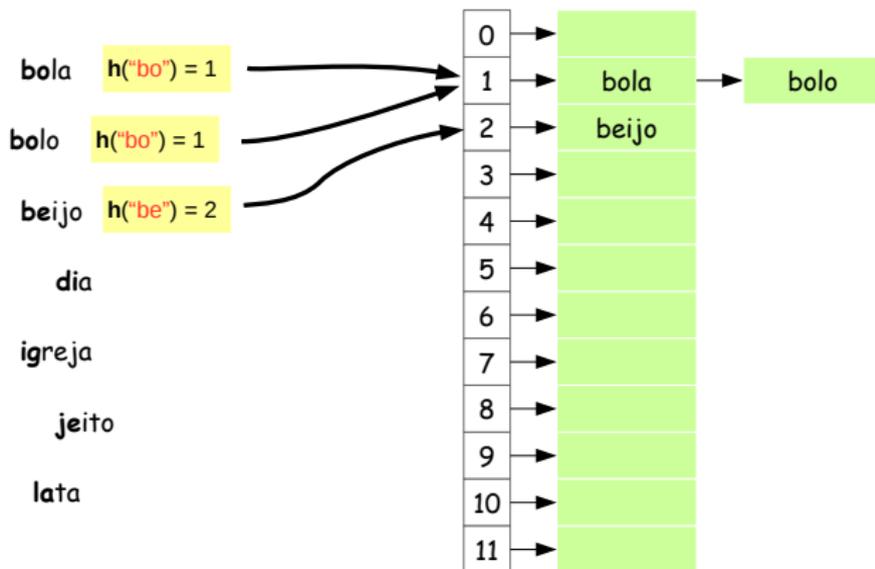
Espalhamento



Corrigimos

- vamos tentar **espalhar** melhor: usamos um **picado** (*hash*) da chave
- vamos associar a chave a um número inteiro (entre 0 e 11)

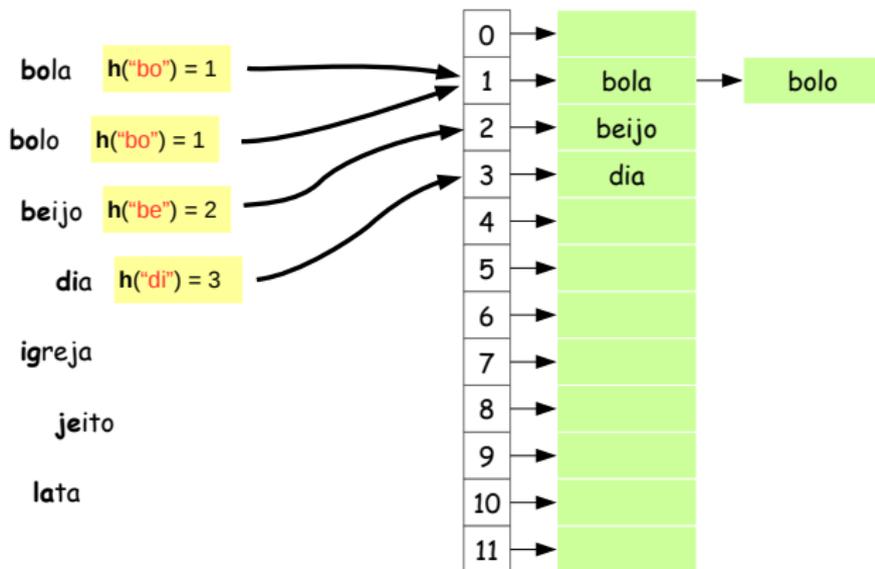
Espalhamento



Corrigimos

- vamos tentar **espalhar** melhor: usamos um **picado** (*hash*) da chave
- vamos associar a chave a um número inteiro (entre 0 e 11)

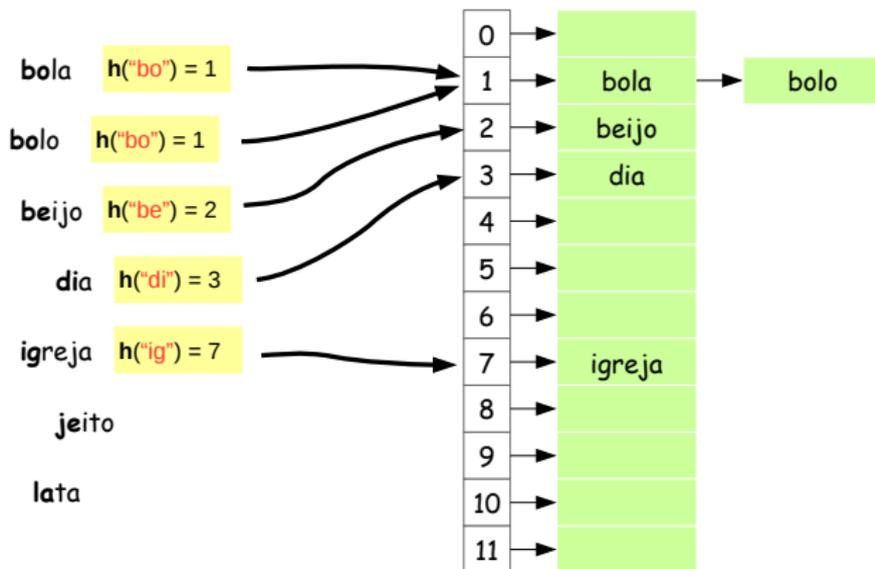
Espalhamento



Corrigimos

- vamos tentar **espalhar** melhor: usamos um **picado** (*hash*) da chave
- vamos associar a chave a um número inteiro (entre 0 e 11)

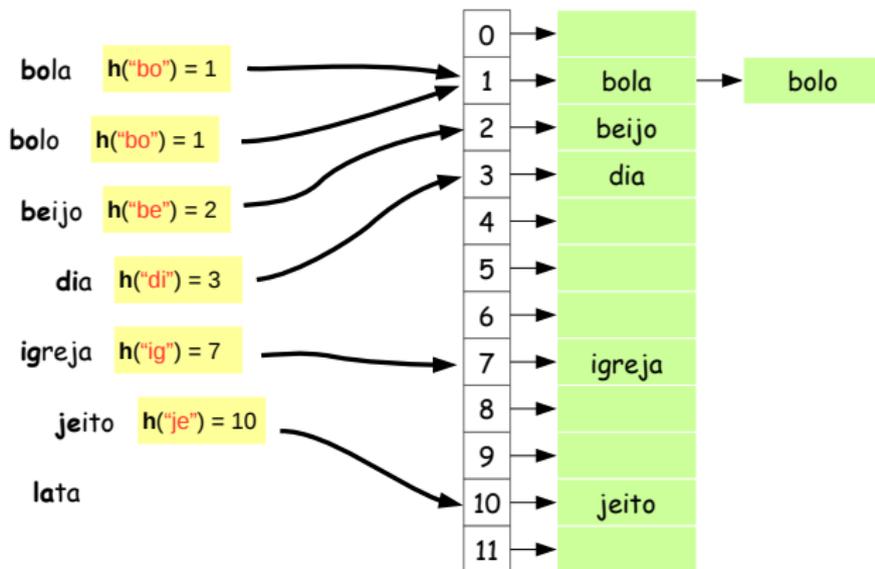
Espalhamento



Corrigimos

- vamos tentar **espalhar** melhor: usamos um **picado** (*hash*) da chave
- vamos associar a chave a um número inteiro (entre 0 e 11)

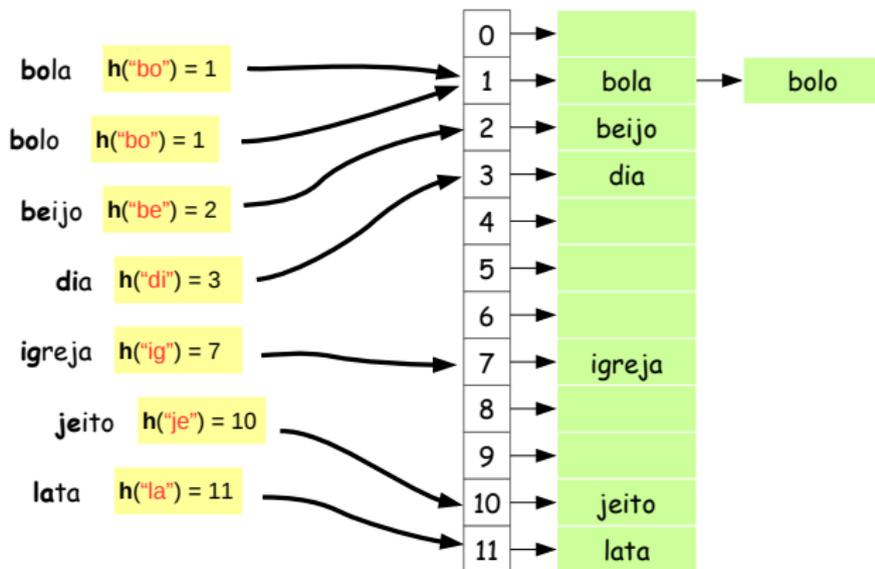
Espalhamento



Corrigimos

- vamos tentar **espalhar** melhor: usamos um **picado** (*hash*) da chave
- vamos associar a chave a um número inteiro (entre 0 e 11)

Espalhamento



Corrigimos

- vamos tentar **espalhar** melhor: usamos um **picado** (*hash*) da chave
- vamos associar a chave a um número inteiro (entre 0 e 11)

Tabela de Espalhamento

Função de hashing

É uma função **rápida** que associa um elemento de um certo conjunto (strings, números, arquivos, etc.) a um **número inteiro** de tamanho conhecido.

Tabela de Espalhamento

Função de hashing

É uma função **rápida** que associa um elemento de um certo conjunto (strings, números, arquivos, etc.) a um **número inteiro** de tamanho conhecido.

Tabela de Espalhamento

É um tipo abstrato de dados para busca em conjuntos dinâmicos cuja implementação tem certas propriedades:

- os dados são acessado por meio de um vetor de tamanho conhecido
- a posição do vetor é calculada por uma função de hashing

Características das tabelas de Espalhamento

Propriedades

- estimativa do tamanho do conjunto de dados deve ser conhecida
- tempo das operações depende da função de hashing escolhida:
 - ▶ chaves bem espalhadas: tempo “quase” $O(1)$
 - ▶ chaves agrupadas: pior caso de tempo $O(n)$

Características das tabelas de Espalhamento

Propriedades

- estimativa do tamanho do conjunto de dados deve ser conhecida
- tempo das operações depende da função de hashing escolhida:
 - ▶ chaves bem espalhadas: tempo “quase” $O(1)$
 - ▶ chaves agrupadas: pior caso de tempo $O(n)$

Obtendo funções de hashing

Uma boa função de hashing depende do **conjunto de chaves específico**.

Características das tabelas de Espalhamento

Propriedades

- estimativa do tamanho do conjunto de dados deve ser conhecida
- tempo das operações depende da função de hashing escolhida:
 - ▶ chaves bem espalhadas: tempo “quase” $O(1)$
 - ▶ chaves agrupadas: pior caso de tempo $O(n)$

Obtendo funções de hashing

Uma boa função de hashing depende do **conjunto de chaves específico**.

Métodos genéricos:

- 1 Método da divisão
- 2 Método da multiplicação
- 3 Método do dobramento

Características das tabelas de Espalhamento

Propriedades

- estimativa do tamanho do conjunto de dados deve ser conhecida
- tempo das operações depende da função de hashing escolhida:
 - ▶ chaves bem espalhadas: tempo “quase” $O(1)$
 - ▶ chaves agrupadas: pior caso de tempo $O(n)$

Obtendo funções de hashing

Uma boa função de hashing depende do **conjunto de chaves específico**.

Métodos genéricos:

- 1 Método da divisão
- 2 Método da multiplicação
- 3 Método do dobramento

Hashing perfeito: Se conhecermos todas as chaves a priori, é possível encontrar uma função de hashing injetora, mas tais funções podem ser difíceis de encontrar.

Interpretando chaves

Normalmente pressupomos que as chaves são **números inteiros**.

Interpretando chaves

Normalmente pressupomos que as chaves são **números inteiros**.

E se não for?

Interpretando chaves

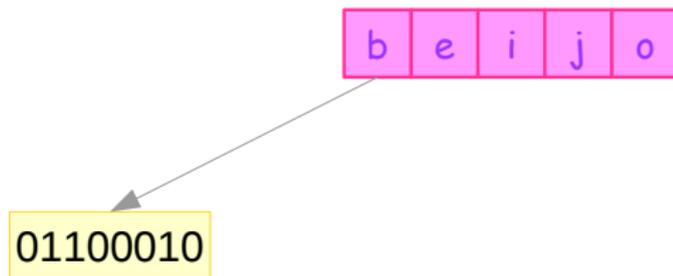
Normalmente pressupomos que as chaves são **números inteiros**.

E se não for? Reinterpretamos a chave como sequência de bits:

Interpretando chaves

Normalmente pressupomos que as chaves são **números inteiros**.

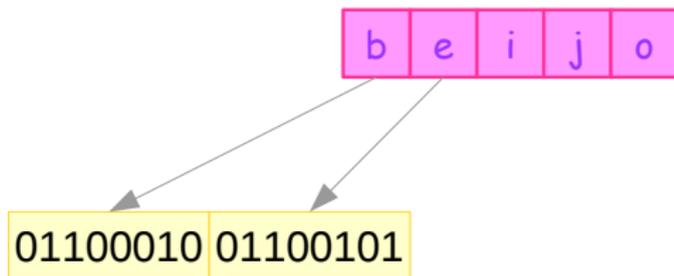
E se não for? Reinterpretamos a chave como sequência de bits:



Interpretando chaves

Normalmente pressupomos que as chaves são **números inteiros**.

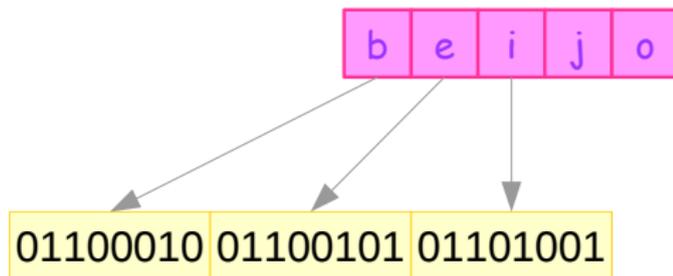
E se não for? Reinterpretamos a chave como sequência de bits:



Interpretando chaves

Normalmente pressupomos que as chaves são **números inteiros**.

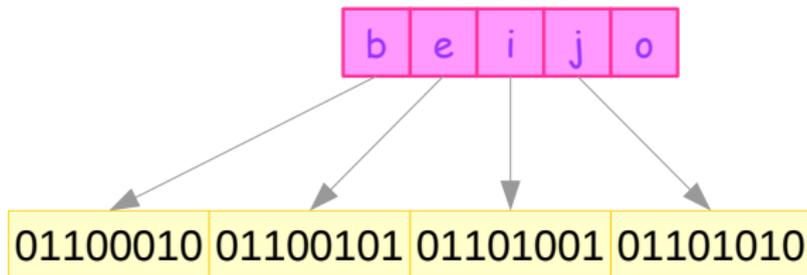
E se não for? Reinterpretamos a chave como sequência de bits:



Interpretando chaves

Normalmente pressupomos que as chaves são **números inteiros**.

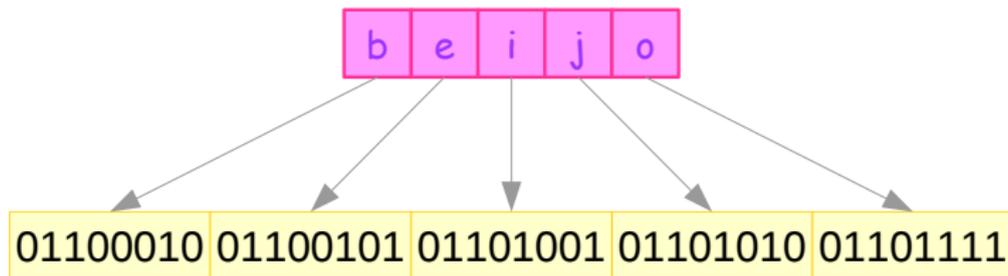
E se não for? Reinterpretamos a chave como sequência de bits:



Interpretando chaves

Normalmente pressupomos que as chaves são **números inteiros**.

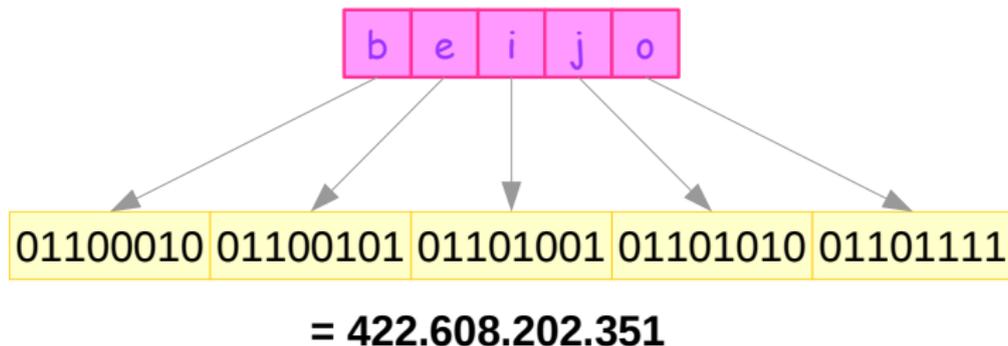
E se não for? Reinterpretamos a chave como sequência de bits:



Interpretando chaves

Normalmente pressupomos que as chaves são **números inteiros**.

E se não for? Reinterpretamos a chave como sequência de bits:



Método da divisão

Método da divisão

- obtemos o resto da divisão pelo **máximo** p do hashing
- normalmente p é um número primo (e.g. $p = 1783$)

$$h(x) = x \bmod p$$

Método da divisão

Método da divisão

- obtemos o resto da divisão pelo **máximo** p do hashing
- normalmente p é um número primo (e.g. $p = 1783$)

$$h(x) = x \bmod p$$

Exemplo

$$h(\text{"beijo"}) = 422.608.202.351 \bmod 1783 = 56$$

Método da divisão

Método da divisão

- obtemos o resto da divisão pelo **máximo** p do hashing
- normalmente p é um número primo (e.g. $p = 1783$)

$$h(x) = x \bmod p$$

Exemplo

$$h(\text{"beijo"}) = 422.608.202.351 \bmod 1783 = 56$$

O número primo evita agrupamento quando várias chaves tem fatores em comum.

Método da multiplicação

Método da multiplicação

- multiplicamos por um certo valor real A e obtemos a parte fracionária
- escolhemos A conveniente, por exemplo $A = (\sqrt{5} - 1)/2$
- posição relativa no vetor **não** depende de p (pode ser $p = 1024$)

$$h(x) = \lfloor p(A \cdot x \bmod 1) \rfloor$$

Método da multiplicação

Método da multiplicação

- multiplicamos por um certo valor real A e obtemos a parte fracionária
- escolhemos A conveniente, por exemplo $A = (\sqrt{5} - 1)/2$
- posição relativa no vetor **não** depende de p (pode ser $p = 1024$)

$$h(x) = \lfloor p(A \cdot x \bmod 1) \rfloor$$

Exemplo

$$\begin{aligned}h(\text{"beijo"}) &= \lfloor 1024 [((\sqrt{5} - 1)/2 \cdot 422.608.202.351) \bmod 1] \rfloor \\ &= \lfloor 1024 [261186232977,41125 \bmod 1] \rfloor \\ &= \lfloor 1024 [0,41125] \rfloor \\ &= \lfloor 421.125 \rfloor = 421\end{aligned}$$

Método da multiplicação

Método da multiplicação

- multiplicamos por um certo valor real A e obtemos a parte fracionária
- escolhemos A conveniente, por exemplo $A = (\sqrt{5} - 1)/2$
- posição relativa no vetor **não** depende de p (pode ser $p = 1024$)

$$h(x) = \lfloor p(A \cdot x \bmod 1) \rfloor$$

Exemplo

$$\begin{aligned}h(\text{"beijo"}) &= \lfloor 1024 [((\sqrt{5} - 1)/2 \cdot 422.608.202.351) \bmod 1] \rfloor \\ &= \lfloor 1024 [261186232977,41125 \bmod 1] \rfloor \\ &= \lfloor 1024 [0,41125] \rfloor \\ &= \lfloor 421.125 \rfloor = 421\end{aligned}$$

O uso do número áureo com A é sugestão de Donald Knuth.

Endereçamento aberto

Existe uma alternativa pra implementação de tabela de espalhamento,

Endereçamento aberto

- os dados são guardados no próprio vetor (não são ponteiros)
- colisões são colocadas em posições livres da tabela

Endereçamento aberto

Existe uma alternativa pra implementação de tabela de espalhamento,

Endereçamento aberto

- os dados são guardados no próprio vetor (não são ponteiros)
- colisões são colocadas em posições livres da tabela

Características

- evita percorrimento com ponteiros e alocação e deslocação de memória (`malloc` e `free`)
- se a tabela lotar, deve recriar uma tabela maior
- remoção fica mais complicada

Inserindo com endereçamento aberto

0	querer
1	viver
2	
3	
4	momento
5	
6	louvor
7	
8	
9	
10	meu
11	canto

Inserindo espalhar

Inserindo com endereçamento aberto

Inserir: espalhar

0	querer
1	viver
2	
3	
4	momento
5	
6	louvor
7	
8	
9	
10	meu
11	canto

Inserindo espalhar

- procuramos posição

Inserindo com endereçamento aberto

Inserir: espalhar

0	querer
1	viver
2	
3	
4	momento
5	
6	louvor
7	
8	
9	
10	meu
11	canto

$h(\text{"espalhar"}) = 9$ 

Inserindo espalhar

- procuramos posição
- se houver espaço, guardamos

Inserindo com endereçamento aberto

Inserir: espalhar

0	querer
1	viver
2	
3	
4	momento
5	
6	louvor
7	
8	
9	espalhar
10	meu
11	canto

$h(\text{"espalhar"}) = 9$ 

Inserindo espalhar

- procuramos posição
- se houver espaço, guardamos

Colisão: reespalhamento

0	querer
1	viver
2	
3	
4	momento
5	
6	louvor
7	
8	
9	espalhar
10	meu
11	canto

Colisão: reespalhamento

Inserir: seu

0	querer
1	viver
2	
3	
4	momento
5	
6	louvor
7	
8	
9	espalhar
10	meu
11	canto

Inserindo com colisão

Colisão: reespalhamento

Inserir: seu

$h(\text{"seu"}) = 4$

0	querer
1	viver
2	
3	
4	momento
5	
6	louvor
7	
8	
9	espalhar
10	meu
11	canto

Inserindo com colisão

- procuramos a posição

Colisão: reespalhamento

Inserir: seu

0	querer
1	viver
2	
3	
4	momento
5	
6	louvor
7	
8	
9	espalhar
10	meu
11	canto

$h(\text{"seu"}) = 4$ → ←

Inserindo com colisão

- procuramos a posição
- se não houver espaço,

Colisão: reespalhamento

Inserir: seu

0	querer
1	viver
2	
3	
4	momento
5	
6	louvor
7	
8	
9	espalhar
10	meu
11	canto

$h(\text{"seu"}) = 4$ →

←

Inserindo com colisão

- procuramos a posição
- se não houver espaço, procuramos posição livre

Colisão: reespalhamento

Inserir: seu

0	querer
1	viver
2	
3	
4	momento
5	seu
6	louvor
7	
8	
9	espalhar
10	meu
11	canto

$h(\text{"seu"}) = 4$ →

←

Inserindo com colisão

- procuramos a posição
- se não houver espaço, procuramos posição livre

Colisão: reespalhamento

0	querer
1	viver
2	
3	
4	momento
5	seu
6	louvor
7	
8	
9	espalhar
10	meu
11	canto

Inserindo com colisão

- procuramos a posição
- se não houver espaço, procuramos posição livre

Colisão: reespalhamento

Inserir: cada

0	querer
1	viver
2	
3	
4	momento
5	seu
6	louvor
7	
8	
9	espalhar
10	meu
11	canto

Inserindo com colisão

- procuramos a posição
- se não houver espaço, procuramos posição livre

Colisão: reespalhamento

Inserir: cada

0	querer
1	viver
2	
3	
4	momento
5	seu
6	louvor
7	
8	
9	espalhar
10	meu
11	canto

$h(\text{"cada"}) = 9$ 

Inserindo com colisão

- procuramos a posição
- se não houver espaço, procuramos posição livre

Colisão: reespalhamento

Inserir: cada

0	querer
1	viver
2	
3	
4	momento
5	seu
6	louvor
7	
8	
9	espalhar
10	meu
11	canto

$h(\text{"cada"}) = 9$ → ←

Inserindo com colisão

- procuramos a posição
- se não houver espaço, procuramos posição livre

Colisão: reespalhamento

Inserir: cada

0	querer
1	viver
2	
3	
4	momento
5	seu
6	louvor
7	
8	
9	espalhar
10	meu
11	canto

$h(\text{"cada"}) = 9$ →

←

Inserindo com colisão

- procuramos a posição
- se não houver espaço, procuramos posição livre

Colisão: reespalhamento

Inserir: cada

0	querer
1	viver
2	
3	
4	momento
5	seu
6	louvor
7	
8	
9	espalhar
10	meu
11	canto

$h(\text{"cada"}) = 9$ →

←

Inserindo com colisão

- procuramos a posição
- se não houver espaço, procuramos posição livre

Colisão: reespalhamento

Inserir: cada

0	querer	←
1	viver	
2		
3		
4	momento	
5	seu	
6	louvor	
7		
8		
9	espalhar	←
10	meu	
11	canto	

$h(\text{"cada"}) = 9$ →

Inserindo com colisão

- procuramos a posição
- se não houver espaço, procuramos posição livre

Colisão: reespalhamento

Inserir: cada

0	querer	
1	viver	←
2		
3		
4	momento	
5	seu	
6	louvor	
7		
8		
9	espalhar	←
10	meu	
11	canto	

$h(\text{"cada"}) = 9$ →

Inserindo com colisão

- procuramos a posição
- se não houver espaço, procuramos posição livre

Colisão: reespalhamento

Inserir: cada

0	querer
1	viver
2	
3	
4	momento
5	seu
6	louvor
7	
8	
9	espalhar
10	meu
11	canto

$h(\text{"cada"}) = 9$

Inserindo com colisão

- procuramos a posição
- se não houver espaço, procuramos posição livre

Colisão: reespalhamento

Inserir: cada

0	querer
1	viver
2	cada
3	
4	momento
5	seu
6	louvor
7	
8	
9	espalhar
10	meu
11	canto

$h(\text{"cada"}) = 9$

Inserindo com colisão

- procuramos a posição
- se não houver espaço, procuramos posição livre

Colisão: reespalhamento quadrático

0	querer
1	viver
2	
3	
4	momento
5	
6	louvor
7	
8	
9	
10	meu
11	canto

Inserindo espalhar

Colisão: reespalhamento quadrático

Inserir: espalhar

0	querer
1	viver
2	
3	
4	momento
5	
6	louvor
7	
8	
9	
10	meu
11	canto

Inserindo espalhar

Colisão: reespalhamento quadrático

Inserir: espalhar

$h(\text{"espalhar"}) = 0$



0	querer
1	viver
2	
3	
4	momento
5	
6	louvor
7	
8	
9	
10	meu
11	canto

Inserindo espalhar

- se não houver espaço,

Colisão: reespalhamento quadrático

Inserir: espalhar

$h(\text{"espalhar"}) = 0$

0	querer
1	viver
2	
3	
4	momento
5	
6	louvor
7	
8	
9	
10	meu
11	canto

Inserindo espalhar

- se não houver espaço, procuramos posição livre

Colisão: reespalhamento quadrático

Inserir: espalhar

$h(\text{"espalhar"}) = 0$

0	querer
1	viver
2	
3	
4	momento
5	
6	louvor
7	
8	
9	
10	meu
11	canto

$h(\text{"espalhar"}) + 0^2$

Inserindo espalhar

- se não houver espaço, procuramos posição livre “pulando” quadrados

Colisão: reespalhamento quadrático

Inserir: espalhar

$h(\text{"espalhar"}) = 0$

0	querer
1	viver
2	
3	
4	momento
5	
6	louvor
7	
8	
9	
10	meu
11	canto

$h(\text{"espalhar"}) + 0^2$

Inserindo espalhar

- se não houver espaço, procuramos posição livre “pulando” quadrados

Colisão: reespalhamento quadrático

Inserir: espalhar

$h(\text{"espalhar"}) = 0$

0	querer
1	viver
2	
3	
4	momento
5	
6	louvor
7	
8	
9	
10	meu
11	canto

$h(\text{"espalhar"}) + 1^2$

Inserindo espalhar

- se não houver espaço, procuramos posição livre “pulando” quadrados

Colisão: reespalhamento quadrático

Inserir: espalhar

$h(\text{"espalhar"}) = 0$

0	querer
1	viver
2	
3	
4	momento
5	
6	louvor
7	
8	
9	
10	meu
11	canto

$h(\text{"espalhar"}) + 2^2$

Inserindo espalhar

- se não houver espaço, procuramos posição livre “pulando” quadrados

Colisão: reespalhamento quadrático

Inserir: espalhar

$h(\text{"espalhar"}) = 0$

0	querer
1	viver
2	
3	
4	momento
5	
6	louvor
7	
8	
9	
10	meu
11	canto

$\leftarrow h(\text{"espalhar"}) + 3^2$

Inserindo espalhar

- se não houver espaço, procuramos posição livre “pulando” quadrados

Colisão: reespalhamento quadrático

Inserir: espalhar

$h(\text{"espalhar"}) = 0$

0	querer
1	viver
2	
3	
4	momento
5	
6	louvor
7	
8	
9	espalhar
10	meu
11	canto

$\leftarrow h(\text{"espalhar"}) + 3^2$

Inserindo espalhar

- se não houver espaço, procuramos posição livre “pulando” quadrados

Colisão: reespalhamento quadrático

Inserir: espalhar

$h(\text{"espalhar"}) = 0$

0	querer
1	viver
2	
3	
4	momento
5	
6	louvor
7	
8	
9	espalhar
10	meu
11	canto

$h(\text{"espalhar"}) + 3^2$

Inserindo espalhar

- se não houver espaço, procuramos posição livre “pulando” quadrados
- uma função de hashing secundária poderia ser utilizada

Exercícios

- 1 Suponha que queremos guardar os dados de uma turma de de alunos ingressantes em uma tabela de espalhamento. Escreva uma boa função de hashing para isso.
- 2 Quais as complicações para a remoção de tabelas de espalhamento que utilizam endereçamento aberto? Especifique um TAD “Tabela de Espalhamento” com endereçamento aberto.
- 3 Suponha que $h(\text{“há”}) = 6$. Insira essa chave na tabela do slide 17 usando reespalhamento linear.
- 4 Suponha que $h(\text{“vão”}) = 11$. Insira essa chave na tabela do slide 18 usando reespalhamento quadrático.

Exercícios 2 - Extra: outras aplicações

Funções de hashing podem ser aplicada em outros contextos:

- **Verificação de paridade:** para evitar erros de transmissão, podemos, além de informar uma chave, transmitir o resultado da função de hashing.
Exemplos:
 - ▶ dígitos verificadores
 - ▶ sequências de verificação para arquivos (*checksum* MD5 e SHA)
- **Segurança:** por definição, calcular o resultado da função de hashing para um objeto **deve** ser rápido; o problema inverso é o seguinte: dado um número n , queremos encontrar algum objeto x tal que $f(x) = n$. Uma função de hashing cuja inversa seja “difícil” de calcular é considerada segura. Tente explicar o porquê dessa definição.

Considere um número primo grande p . Explique porque é fácil inverter a função de hashing $h_1(x) = x \bmod p$, enquanto $h_2(x) = x^2 \bmod p$ não é tão fácil.