

MC558 - Projeto e Análise de Algoritmos II

Prova Individual - 12/11/2012

Instruções:

1. Comece pelas questões que você tem mais certeza de saber fazer.
2. Não perca tempo com detalhes menores. Foque no que é relevante para resolver a questão e passe logo para a próxima.
3. Se sobrar tempo, você pode acrescentar detalhes às questões já resolvidas.

Questão 1 (Valor 3,5) Considere as linguagens a seguir:

$$\begin{aligned} \text{3-CNF-SAT} &= \{\phi \mid \phi \text{ é uma fórmula booleana satisfatível escrita em 3-CNF}\} \\ \text{3-DNF-SAT} &= \{\phi \mid \phi \text{ é uma fórmula booleana satisfatível escrita em 3-DNF}\} \\ \text{3-CNF-TAUT} &= \{\phi \mid \phi \text{ é uma tautologia (sempre dá 1) escrita em 3-CNF}\} \\ \text{3-DNF-TAUT} &= \{\phi \mid \phi \text{ é uma tautologia (sempre dá 1) escrita em 3-DNF}\} \end{aligned}$$

Quais delas são NP-completas? Quais **não** são NP-completas? Para quais delas **não se sabe** se são NP-completas? Justifique.

Questão 2 (Valor 2,0) Sejam L_1 e L_2 duas linguagens sobre o alfabeto $\{0, 1\}$ tais que $L_1 \cup L_2 \in \mathbf{NP}$, $L_1 \in \mathbf{P}$ e $L_1 \cap L_2 = \emptyset$. O que se pode dizer sobre L_2 ? Justifique.

Questão 3 (Valor 2,0) Mostre que a linguagem

$$\text{LONGEST-PATH} = \{\langle G, k \rangle \mid G \text{ possui um caminho de comprimento } k\}$$

é NP-completa. Você pode usar como base o fato de serem NP-completas as seguintes linguagens: CIRCUIT-SAT, SAT, outras variantes NP-completas de SAT vistas em aula, CLIQUE, VERTEX-COVER, HAM-CYCLE, HAM-PATH.

Questão 4 (Valor 2,5) Considere um *jogo de satisfação* jogado num “tabuleiro” que consiste da seguinte fórmula booleana:

$$x_1 \bar{x}_2 x_3 + x_1 x_2 x_4 + \bar{x}_3 \bar{x}_4 + \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4$$

Os jogadores 1 e 2 se alternam: o jogador 1 escolhe o valor de x_1 , depois o jogador 2 escolhe o valor de x_2 , depois o jogador 1 escolhe o valor de x_3 e finalmente o jogador 2 escolhe o valor de x_4 . Ao fazer cada jogada, os jogadores sabem quais foram as jogadas anteriores. O jogador 1 vence se as escolhas fizerem a fórmula resultar no valor lógico 1 (true); caso contrário, o jogador 2 vence.

A questão é: existe uma estratégia vencedora para o jogador 1? Caso positivo, descreva esta estratégia. Caso negativo, diga porque nenhuma estratégia dará vitória certa para o jogador 1.

Boa sorte!