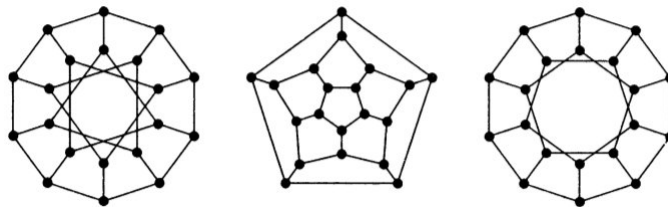


# Ata do exercício 1.1.19

Rafael Werneck

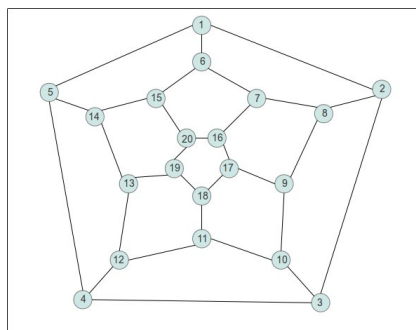
06 de Março de 2012

1.1.19. Determine which pair of graphs below are isomorphic.

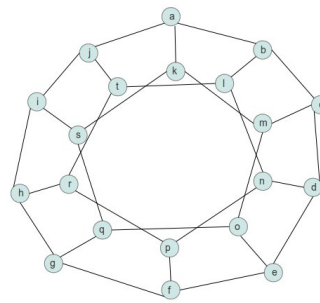


**Resposta:** Dois grafos  $G$  e  $H$  são isomorfos se uma bijeção  $\phi: V(G) \rightarrow V(H)$  tais que  $uv \in E(G)$  se e somente se  $\phi(u)\phi(v) \in E(H)$ .

É fácil ver que o segundo e o terceiro grafos contêm um ciclo de tamanho 5, com isso, vamos procurar uma bijeção entre os vértices desses grafos inicialmente.



(a) Grafo  $G$

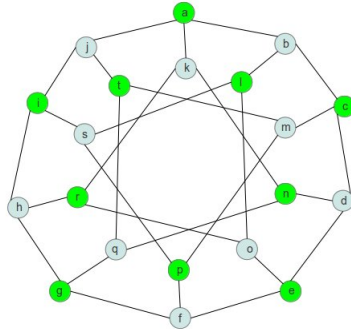


(b) Grafo  $H$

$G$	$H$
1	k
2	m
3	o
4	q
5	s
6	a
7	b
8	c
9	d
10	e
11	f
12	g
13	h
14	i
15	j
16	l
17	n
18	p
19	r
20	t

$\phi :$

Assim, temos que o segundo e o terceiro grafo são isomorfos. Porém, para o primeiro grafo, não é fácil de notar que ele não possui um ciclo de tamanho 5. Mas também não é fácil ver se o grafo não contém ciclos de tamanho 3. Assim, vamos aplicar uma coloração no grafo e ver se ele possui ciclos de grau ímpar.



Assim, como o grafo foi colorido com somente duas cores, essas cores representam os dois conjuntos independentes dos grafos, então ele é bipartido. Com isso, ele não possui ciclos de grau ímpar. Portanto, a primeiro grafo não pode ser isomorfo a nenhum dos outros dois.

Uma ideia é a criação de um programa que verifica essa relação de isomorfismo automaticamente. Utilizando um algoritmo desenvolvido pelo Marlon que compara os vértices adjacentes a um vértice nos dois grafos, e tendo como entrada o primeiro e o segundo grafo, a resposta dada pelo algoritmo é de que eles não são isomorfos. Assim, como a relação de isomorfismo é uma relação de equivalência, temos que se o primeiro grafo não é isomorfo ao segundo, e que o

segundo grafo é isomorfo ao terceiro, então o primeiro grafo não é isomorfo ao terceiro.