Ata Exercício 4.2.17

Jefferson Rodrigo Capovilla (jefcap@gmail.com) - 19/04/2012
MO405 – Teoria de Grafos
Prof. João Meidanis
IC - UNICAMP

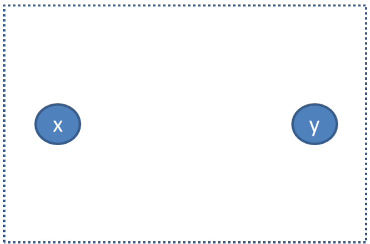
Enunciado

Determine o menor grafo com conectividade 3 que possui um par de vértices não adjacentes conectados por quatro caminhos internos disjuntos par-a-par.

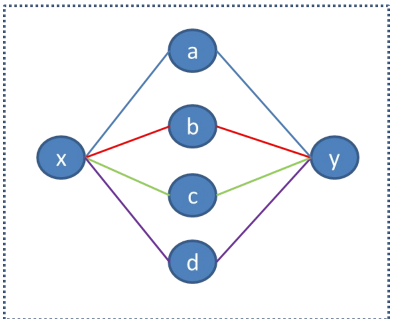
Resolução:

Para o melhor entendimento do grafo resultante, este será construído passo-a-passo de acordo com as restrições impostas pelo exercício.

1º Passo: Um par de vértices não adjacentes...
Um par de vértices não adjacentes significa que não existe aresta que os conecta diretamente. Sejam ‘x’ e ‘y’ tais vértices:



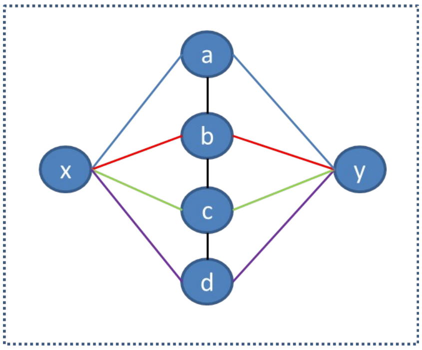
2º Passo: ...conectados por quatro caminhos internos disjuntos par-a-par...
Para se criar quatro caminhos internos disjuntos par-a-par é preciso adicionar 4 vértices (‘a’, ‘b’, ‘c’, ‘d’) e conectá-los a ‘x’ e ‘y’. Veja que cada par de arestas de mesma cor representa um caminho disjunto



3º Passo: ...com conectividade 3.
Segundo a definição 4.1.1, um grafo G é ***k-conectado*** se sua conectividade é pelo menos ‘k’. A ***conectividade*** de G, dado por κ(G), é o menor tamanho

de um conjunto de vértices S, tal que G-S é desconexo ou possui apenas 1 vértice.

Pode-se verificar que o grafo resultante do 2º passo é 2-conectado pois, removendo os vértices ‘x’ e ‘y’, o grafo fica desconectado. Como forma de torná-lo 3-conectado, vamos adicionar o mínimo necessário de arestas (em preto) que conectam os vértices ‘a’, ‘b’, ‘c’ e ‘d’, conforme mostrado abaixo.



Esta é a solução do exercício. Veja que agora para que o grafo seja desconectado, é preciso remover 3 vértices, como por exemplo ‘b’, ‘x’ e ‘y’.

Bibliografia

West, D. B. (2001). *Introduction to Graph Theory* (2 ed.). Prentice Hall.