

Ata do exercício 4.2.3

Zhenlei Ji

19/04/2012

4.2.3. Let G the digraph with vertex set $[12]$ in which $i \rightarrow j$ if and only if i divides j . Determine $\kappa(1, 12)$ and $\kappa'(1, 12)$.

Resolução:

O exercício consiste em calcular $\kappa(1, 12)$ e $\kappa'(1, 12)$ do dígrafo G representado no final da ata, na figura 1.

O $\kappa(1, 12)$ é o tamanho mínimo de um $1,12$ -corte. Para determiná-lo, devemos achar o menor conjunto de vértices $S \subseteq V(G) - \{1,12\}$ que removido do dígrafo fará com que deixe de existir um caminho entre os vértices 1 e 12. Como os vértices 1 e 12 são adjacentes, não é possível achar tal conjunto, e com isso temos $\kappa(1, 12) = +\infty$.

O $\kappa'(1, 12)$ é o número mínimo de arestas que deletadas farão com que deixe de existir um caminho entre os vértices 1 e 12. A partir do teorema 4.2.19 do livro texto*:

Se x e y são vértices distintos de um grafo ou dígrafo G , então o tamanho mínimo de um conjunto de arestas x,y -disconnecting é igual o número máximo de x,y -caminhos disjuntos por arestas.

Então, o problema de calcular $\kappa'(1, 12)$ consiste em calcular o número máximo de $1,12$ -caminhos disjuntos por arestas do dígrafo G . Entre os vértices 1 e 12 existem 1 caminho que os liga diretamente e 4 caminhos aresta-disjuntos passando pelos vértices 2, 3, 4 e 6. Basicamente, são os vértices restantes divisores de 12, sendo os vértices internos dos $1,2$ -caminhos disjuntos. Logo, temos $\kappa'(1, 12) = 5$.

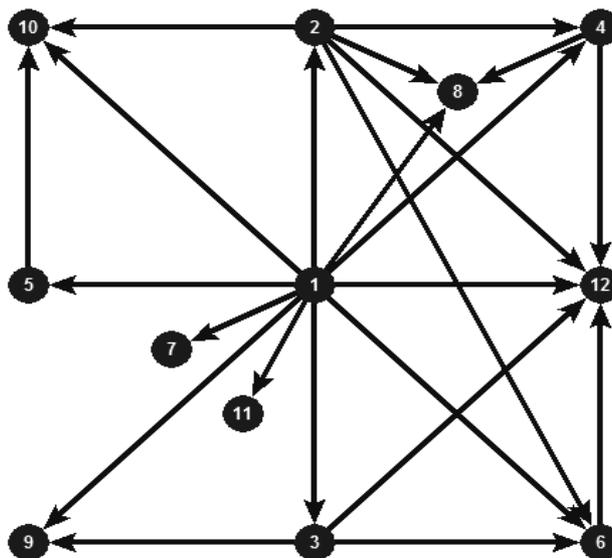


Figura 1: Dígrafo G

* *Introduction to Graph Theory, 2nd edition, Douglas B. West, Prentice-Hall, Inc., 2001.*