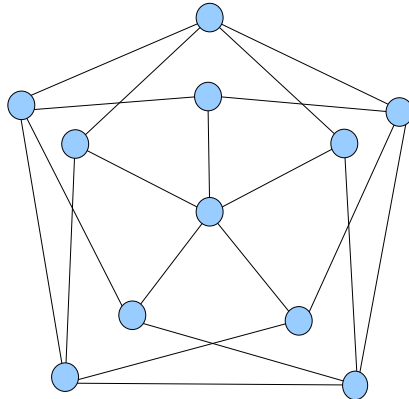


# Ata dos exercícios 5.2.5 e 5.2.22

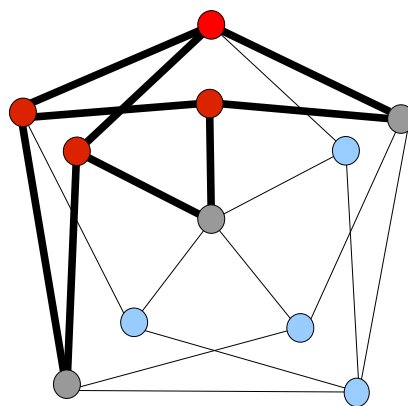
Edgard Henrique dos Santos  
11 de maio de 2012

## 5.2.5

Enunciado: Encontre uma subdivisão de  $K_4$  no grafo de Grötzsch.



O desenho em negrito representa uma subdivisão de  $K_4$  do grafo acima. Os vértices em cinza são os vértices adicionais do subgrafo. (4.2.5).



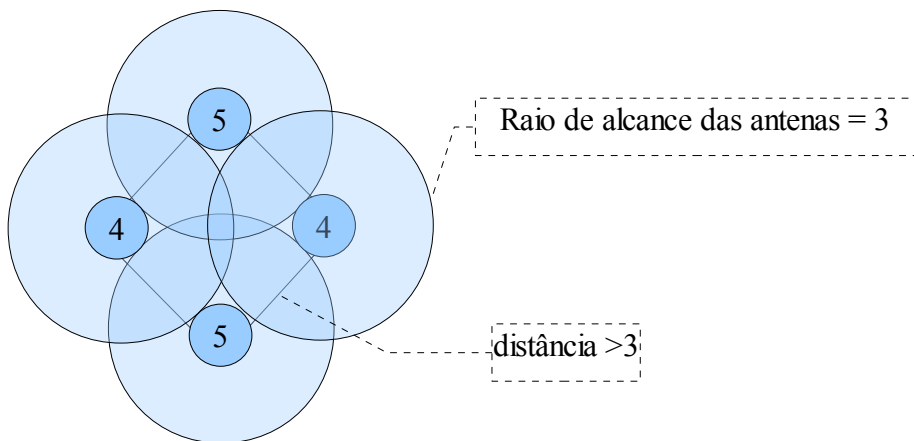
### 5.2.22

Enunciado: Em uma cidade circular de diâmetro de quatro milhas serão instaladas dezoito torres de telefonia celular. Cada torre se comunica com as outras com raio de alcance de 3 milhas.

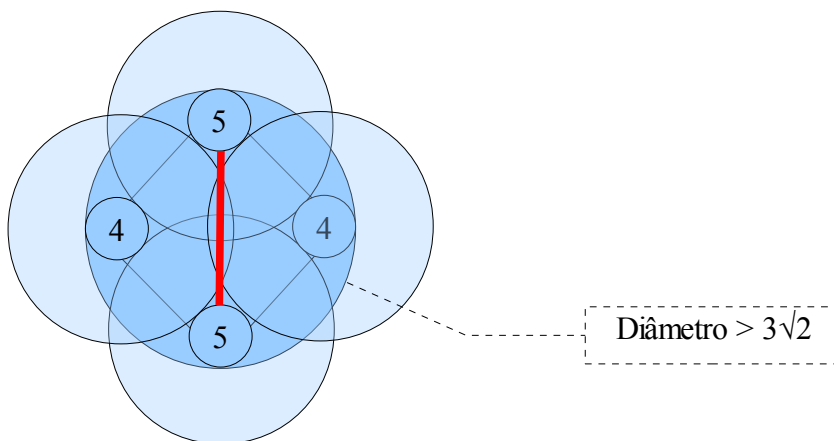
Prove que, não importando em que ponto da cidade sejam colocadas, pelo menos duas delas serão capazes de se comunicar, cada uma, com pelo menos outras cinco. (Adaptado de Bondy-Murty [1976, p115])

Supondo por contradição que é possível colocar as torres de forma que no máximo uma delas se comunique com cinco ou mais outras torres. Uma torre não se comunica com outras cinco se está a uma distância de três milhas de no máximo quatro torres. Dessa forma, até cinco torres podem ser colocadas próximas formando conjuntos distantes mais de três milhas entre si.

Dividindo o número de torres(dezoito) em conjuntos de no máximo cinco torres, temos uma possível configuração abaixo.



Os conjuntos de torres formam um quadrilátero cuja diagonal corresponde ao diâmetro da circunferência mínima a qual ele pode estar inscrito. Como as distâncias são iguais, calculamos o diâmetro da circunferência multiplicando a distância por  $\sqrt{2}$  (diagonal do quadrilátero). O valor da diagonal deve ser maior que  $3\sqrt{2}$ . Isto implica que a cidade deve ter um diâmetro maior que  $3\sqrt{2}$ .



Como  $3\sqrt{2}$  é maior que quatro, a suposição não é factível.