Ata dos exercícios 8.1.2. e 8.1.30.

Edgard Henrique dos Santos
15 de junho de 2012

Exercício 8.1.30.

Enunciado: Seis professores visitaram a biblioteca, no dia em que um livro raro foi roubado. Cada um deles entrou uma vez, permaneceu por algum tempo e depois saiu. Para quaisquer dois deles que estavam na biblioteca ao mesmo tempo, pelo menos um viu o outro. Detetives interrogaram os professores e obtiveram as seguintes declarações:

PROFESSOR	AFIRMOU TER VISTO
Abe	Burt, Eddie
Burt	Abe, Ida
Charlotte	Desmond, Ida
Desmond	Abe, Ida
Eddie	Burt, Charlotte
Ida	Charlotte, Eddie

Nesta situação, "mentir" significa apenas fornecer informações falsas, não omitir as informações. Assuma que o culpado tentou caracterizar outro suspeito pela mentira. Se um professor mentiu, quem foi esse professor? (GOLUMBIC [1980, p20])

Solução: Cada professor que foi à biblioteca viu outros dois professores, segundo os depoimentos, e permaneceu por algum intervalo de tempo. Isso significa que houve intersecção entre os intervalos de permanência dos professores na biblioteca.

Na tentativa de construir um grafo de intervalos(Figura 1) baseado em cada depoimento, podemos observar que existe um ciclo sem corda e de tamanho quatro entre os vértices representando Abe, Burt, Ida e Desmond, que não caracteriza um grafo de intervalos.

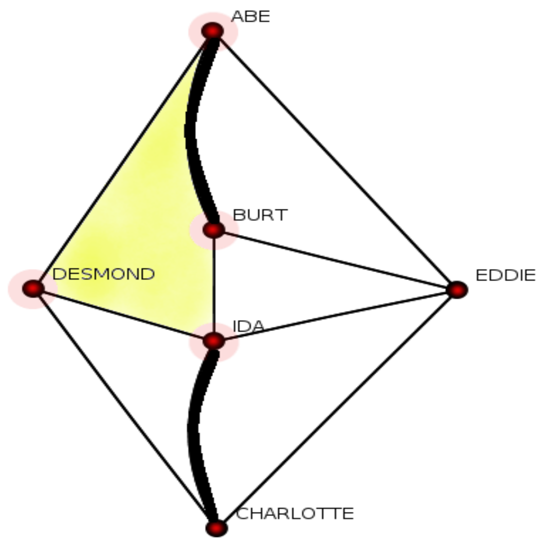


Figura 1. Grafo dos depoimentos.

Removendo as arestas que representam o depoimento de Abe, ou seja, as que o conectam a Eddie e Burt, continuaremos com um grafo não cordal. O mesmo acontece com o depoimento de Burt, que o conecta Abe e Ida. Como Ida não viu nenhum dos elementos do ciclo, sua conexão existe a partir dos depoimentos de Desmond e Burt. Apenas removendo o testemunho de Desmond obtemos um grafo de intervalos(Figura 2). Com isso concluímos que Desmond é o mentiroso e portanto o professor que surripiou o livro da biblioteca.

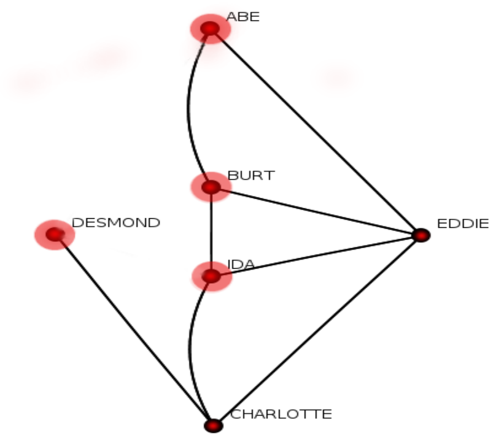


Figura 2. Grafo de Intervalos.

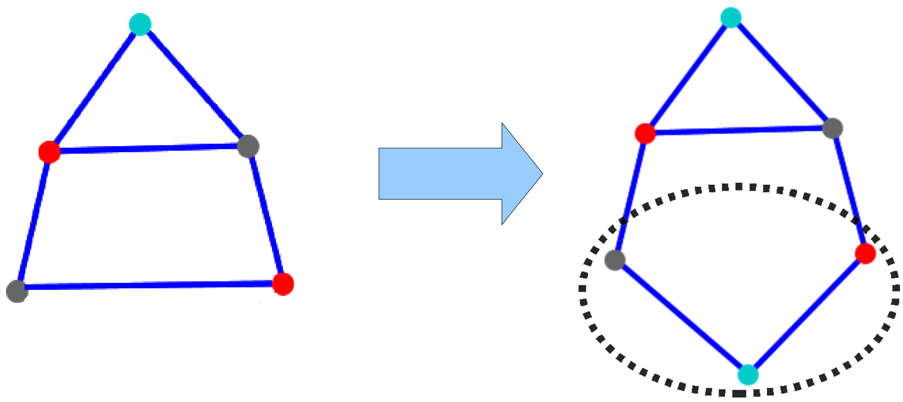
Este problema está descrito no livro de Martin Charles Golumbic, *"Algorithm Graph Theory and Perfect Graphs"* e é conhecido como *"A História Misteriosa de Berge"*.

Exercício 8.1.2.

Enunciado: Determine o menor grafo imperfeito G tal que $\chi(G) = \omega(G)$.

Solução:

O único grafo com no máximo cinco vértices e não cordal ou bipartido é o “casa” H da figura abaixo à esquerda. Como seus subgrafos são cordais ou bipartidos e $\chi(H) = \omega(H) = 3$ ele é perfeito. Logo precisamos de pelo menos seis vértices. O grafo H´ da figura abaixo à esquerda é imperfeito pois possui um subgrafo sem corda e não bipartido. No entanto seu $\chi(H') = \omega(H') = 3$.



Grafo casa H.

Subdivisão H´ de H