

MO 405 – Teoria dos Grafos

Ata dos exercícios 8.3.39 e 8.3.40

Vitor Monte Afonso
Exercícios vistos em sala no dia 19/06/2012
Prof. João Meidanis

(8.3.39)

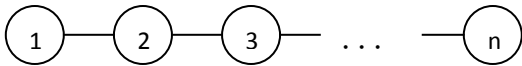
Enunciado

Calcule os *bandwidths* de P_n , K_n e C_n .

Resolução

$$B(P_n) = 1$$

Basta atribuir os números em ordem, como mostrado a seguir.



Como os números precisam ser diferentes, não tem como haver diferença igual a zero entre dois elementos.

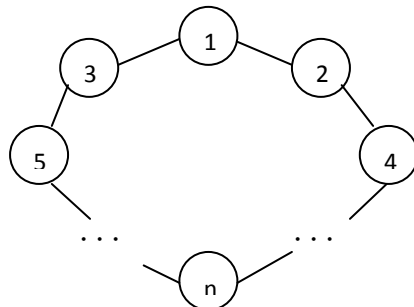
$$B(K_n) = n-1$$

Basta atribuir os números em qualquer ordem.

Como todos os vértices são adjacentes, o vértice rotulado como “ n ” (maior rótulo) será sempre adjacente ao rotulado “1” (menor rótulo), por isso a diferença é $n-1$.

$$B(C_n) = 2$$

Primeiro atribua o número 1 para algum vértice. Então, a partir desse vértice, para um lado do ciclo atribua os números pares maiores que 1 e menores ou iguais a n (2, 4, ...). Para o outro lado do ciclo atribua os ímpares maiores que 1 e menores ou iguais a n (3, 5, ...).



Esse é o mínimo porque para que todas as diferenças fossem 1 seria preciso rotulá-los em ordem, mas o último e o primeiro acabariam tendo rótulos n e 1, fazendo com que o *bandwidth* fosse $n-1$.

(8.3.40)

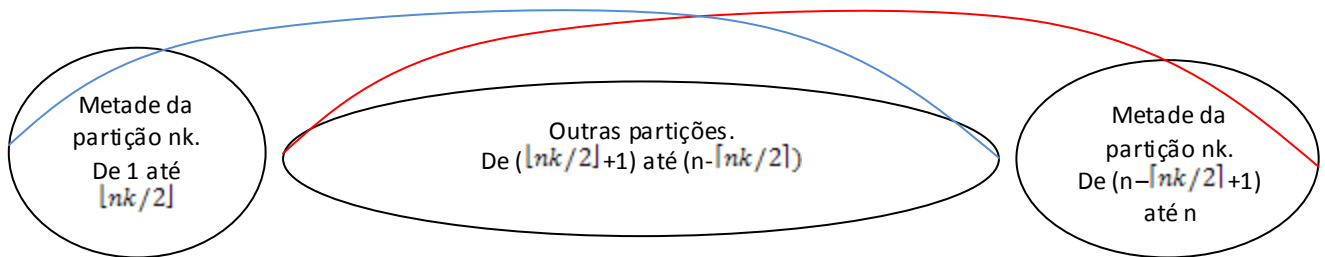
Enunciado

Calcule o *bandwidth* de K_{n_1, \dots, n_k} .

Resolução

Considerando n_1, \dots, n_k em ordem crescente, $B(K_{n_1, \dots, n_k}) = n - \lfloor nk/2 \rfloor - 1$, com $n = \sum_{i=1}^k n_i$.

Para chegar nesse resultado precisamos separar a maior partição (n_k) em duas partes, colocando uma no começo e outra no fim, com as outras partições no meio. Assim temos:



O *bandwidth* é, então, o maior valor entre:

- O último elemento de "Outras partições" ($n - \lfloor nk/2 \rfloor$) menos o primeiro de todos (1). Marca azul no desenho;
- O último de todos (n) menos o primeiro de "Outras partições" ($\lfloor nk/2 \rfloor + 1$). Marca vermelha no desenho.

Como $(n - \lfloor nk/2 \rfloor - 1)$ é sempre maior ou igual a $(n - \lfloor nk/2 \rfloor - 1)$, o *bandwidth* é $(n - \lfloor nk/2 \rfloor - 1)$.

Se os vértices com rótulo 1 e n forem de partições diferentes, o *bandwidth* seria n-1. Mas, se eles forem da mesma partição, com m vértices no início e m' vértices no fim, o *bandwidth* será o máximo entre n-m e n-m'. Para minimizar esse valor utilizamos a maior partição, como foi mostrado acima.