

MO417 - Complexidade de Algoritmos I

Prova Individual - 31/03/2009

Questão 1 (Valor 2,5)

Coloque as funções a seguir em uma ordem f_1, f_2, f_3, f_4 tal que $f_i = \Omega(f_{i+1})$ para $i = 1, 2, 3$.

$$(\lg n)^{\lg n}, \sqrt{n}, 2^{\lg^* n}, n^{\lg \lg n}$$

Dê uma breve justificativa para cada equação $f_i = \Omega(f_{i+1})$.

Questão 2 (Valor 3,0)

Resolva a seguinte recorrência:

$$T(n) = \begin{cases} 1, & \text{para } n = 1, \\ 3T(n/3) + n \lg n, & \text{para } n \geq 2. \end{cases}$$

Mostre brevemente os passos que você tomou para chegar à solução.

Questão 3 (Valor 2,0)

Considere o heap abaixo:

$$51, 38, 12, 20, 27, 11, 1, 10, 3, 6, 15, 2.$$

Suponha que a chave 15 seja aumentada para 40. Qual a situação do heap após esta operação e conseqüente rearranjo? Em seguida, suponha que seja retirado o máximo elemento. Qual a situação final do heap?

Questão 4 (Valor 2,5)

Considere um vetor A com n registros, sendo que cada registro tem vários campos, e um destes campos é a chave. Suponha ainda que entre as chaves estão todos os valores inteiros de 1 a n numa ordem desconhecida. Descreva um algoritmo local e linear para ordenar um tal vetor A em ordem crescente de chaves.

Nota: “Local” significa que o algoritmo só pode usar espaço constante adicional e “linear” significa que sua complexidade de pior caso é $O(n)$.

Boa sorte!