

MO417 - Complexidade de Algoritmos I

Prova Individual - 29/03/2010

Questão 1 (Valor 2,5) Redija um bom invariante para o loop do algoritmo abaixo, que insere um novo elemento num heap máximo. O invariante deve ser verdadeiro e forte o bastante para provar a corretude do algoritmo, embora você não precise elaborar as provas.

Algoritmo 1 MAX-HEAP-INSERT($A, chave$)

```
1:  $i \leftarrow tamanho-do-heap[A] \leftarrow tamanho-do-heap[A] + 1$ 
2:  $A[i] \leftarrow chave$ 
3: while  $i > 1$  and  $A[\lfloor i/2 \rfloor] < A[i]$  do
4:   troca  $A[i] \leftrightarrow A[\lfloor i/2 \rfloor]$ 
5:    $i \leftarrow \lfloor i/2 \rfloor$ 
6: end while
```

Questão 2 (Valor 2,5) Resolva a seguinte recorrência, mostrando os passos que você seguiu para chegar à solução:

$$T(n) = T(n/3) + T(2n/3) + n^2.$$

Questão 3 (Valor 2,5) Para cada par de funções abaixo, decida qual cresce mais rápido assintoticamente. Dê uma breve justificativa para cada decisão.

- (Valor 1,0) $(n/2)!$ versus $(n/3)^{n/2}$
- (Valor 1,0) $\lg^* \lg^2 n$ versus $\lg^2 \lg^* n$
- (Valor 0,5) $9^{\lg n}$ versus $n^3 \sqrt[3]{n}$

Questão 4 (Valor 2,5) Complete a tabela abaixo com funções que representem a ordem de crescimento assintótico, onde algumas lacunas já foram preenchidas como exemplo.

Algoritmo	No. de Comparações		Número de Trocas		Estável?	Local?
	Pior caso	Melhor caso	Pior caso	Melhor caso		
Insertion sort			n^2			sim
Selection sort				1		
Merge sort	$n \lg n$					
Heap sort						
Quick sort				$n \lg n$		

Boa sorte!