Matemática Discreta

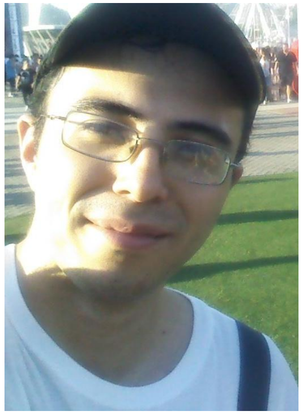
Pedro Hokama

Fontes

- Gomide, Anamaria; Stolfi, Jorge. Elementos de Matematica Discreta para Computação.
- Rosen, Kenneth H. Discrete mathematics and its applications. McGraw-Hill Education, 8th Edition, 2019.

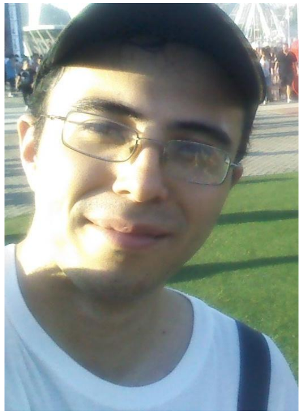
Sobre o docente

- 2002 - 2004: Técnico em Programação e Desenvolvimento de Sistemas (CEFET-SP)
- 2006 - 2009: Bacharelado em Ciência da Computação (UNICAMP)
  - 2007-2008: IC - Algoritmos e Heurísticas para Empacotamento Tridimensional
  - 2008-2009: IC - Algoritmos e Heurísticas para o Problema de Roteamento Tridimensional
- 2009 - 2011: Mestrado em Ciência da Computação (UNICAMP) - O Problema do Caixeiro Viajante com Restrições de Empacotamento Tridimensional
- 2011 - 2016: Doutorado em Ciência da Computação (UNICAMP) - Algoritmos para Problemas com Restrições de Empacotamento



Sobre o docente

- 2016 - 2018: Pós-doutorado (UFSCar)
- 2018 - atual: Professor Adjunto no Instituto de Matemática e Computação da Universidade Federal de Itajubá
  - Programa de Pós-Graduação em Ciência e Tecnologia da Computação.
  - Orientador de IC, TFG e Pós-Graduação: Algoritmos, Otimização, Teoria dos Jogos, Aprendizado de Máquina, etc..
  - Coordenador do Projeto Universal CNPq: Algoritmos para o problema integrado de dimensionamento de lote, estoque e roteirização com restrições de empacotamento
  - Coordenador do Projeto de Extensão DevU - Desenvolvimento de Jogos



Sobre os discentes

- De onde são?
- Alguém tem técnico? Do que?
- Alguém tem outro bacharelado? Do que?
- Alguém trabalha? Com o que?
- Que bandas vocês gostam?
- Que jogos vocês jogam?

Sobre a disciplina

- **Lógica matemática.** Professores das disciplinas dos cursos de computação, com conteúdo teórico, frequentemente observam a grande dificuldade que seus alunos tem em formalizar seu raciocínio.
- A raiz desse problema é a dificuldade que muitos alunos tem em perceber a diferença entre uma **prova rigorosa** e uma **coleção de frases aleatórias e inconclusivas**, mesmo que com vocabulário matemático, que termina com a conclusão esperada.

Sobre a disciplina

- A ideia da disciplina é alfabetizar vocês na linguagem lógica matemática, principalmente usada na computação.
- Dessa forma a disciplina é mais abrangente do que profunda. Mas o aluno interessado pode e deve se aprofundar do que tiver interesse

Sobre a disciplina

- Lógica Matemática: teoria dos conjuntos, lógica proposicional.
- Relações e Funções.
- Somatórias e produtórias.
- Sequências e recorrências.
- Contagem.
- Cardinalidade de conjuntos.
- Noções de Probabilidade.
- Noções de Grafos.

Introdução

Como ter certeza de que um programa que você escreveu está correto?

Testar para várias instâncias?

Programadores podem citar exemplos de programas que funcionaram perfeitamente em todos os testes mas falharam imediatamente quando usados na prática.

Questão: Como ter certeza de que nosso raciocínio é correto e como transmitir aos outros essa certeza?

A invenção da lógica

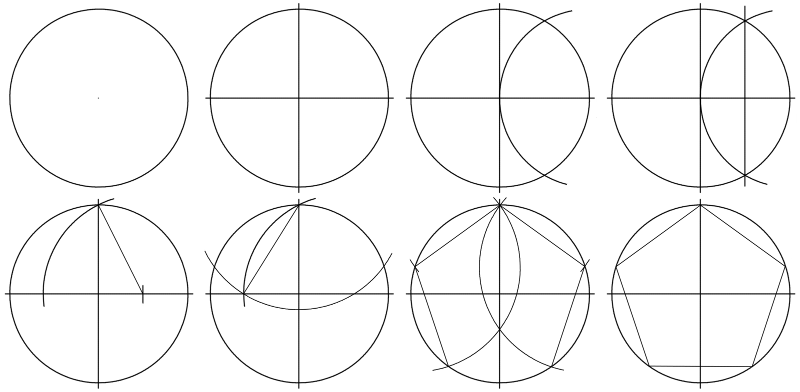
- Estudada pelos gregos pelo menos 4 séculos A.C.
- Observaram que uma maneira de transmitir essa certeza:
  - Começar com um conjunto de axiomas, fatos simples que todos concordam.
  - Desenvolver um raciocínio a partir desses axiomas, usando **regras de inferência**, maneiras de raciocinar que todos concordam que são válidas.
- Com isso inventaram a **lógica**, que era um ramo da **retórica**, a arte de discursar e convencer pessoas.

Silogismos

- Aristóteles (384–322 A.C.)
- Partindo de duas premissas cuja verdade é aceita
- obtém-se uma conclusão nova que é necessariamente verdade
- Exemplos:
  - "Todos os homens são mortais"
  - "Sócrates é um homem"
  - temos que acreditar que "Sócrates é mortal"
  - "Nenhum mamífero tem penas"
  - "Morcegos são mamíferos"
  - logo "Morcegos não tem penas"

Euclides e demonstrações geométricas

Os arquitetos e engenheiros gregos tinham preocupações semelhantes com os "Algoritmos geométricos". Considere o seguinte algoritmo para desenhar um pentágono:



- Podemos fazer no papel e medir.
- Mas os passos e a medida final podem ter pequenos erros.
- Se a diferença no papel for desprezível, será que ainda vai ser na construção de um anfiteatro?

Euclides (por volta do século III antes de Cristo) descreveu um sistema lógico para a geometria da época no seu livro *Elementos de Geometria*.

10 axiomas sobre conceitos geométricos, como por exemplo:

- *Por dois pontos distintos do plano passa uma única reta.*
- *Qualquer segmento de reta pode ser prolongado indefinidamente nos dois sentidos.*
- *É possível contruir um círculo com quaisquer centro e raio dados.*
- *Todos os ângulos retos são iguais.*

E **demostrou** centenas de outras afirmações, por exemplo:

- *Se um triângulo tem os três lados iguais, ele tem os três ângulos iguais.*
- *Duas retas que são perpendiculares a uma terceira são paralelas entre si.*
- *Num triângulo retângulo, o quadrado do maior lado é a soma dos quadrados dos outros dois lados.*

Euclides e demonstrações geométricas

Para cada teorema, ele escreveu uma **prova** ou **demonstração** – uma sequência de passos lógicos que, começando com os axiomas e teoremas já provados, convence qualquer leitor de que o novo teorema é verdadeiro.

Álgebra

- A lógica de Euclides foi extensamente usada por mais de dois mil anos.
- Porém o hábito de provar as afirmações foi limitado à geometria.
- Os gregos conheciam muitas propriedades de números, por exemplo, divisor comum e número primo. Mas para demonstrar tais propriedades eles convertiam os números em comprimentos de retas e usavam a geometria.

- Na idáde média matemático árabe Al-Khowarizmi inventou a **álgebra**.
- Outra maneira de provar afirmações sobre números e convencer pessoas de que uma dada sequência de operações aritméticas alcança o resultado desejado.
- Os números são representados por letras.
- Operações e afirmações sobre esses números são indicadas com símbolos como '$+$' ou '$>$'.

- A álgebra também fornece algumas fórmulas, como $A + B = B + A$ e $A \times (B + C) = (A \times B) + (A \times C)$, que representam afirmações que são sempre verdadeiras.
- Permite transformar uma fórmula em outra fórmula equivalente, ou combinar fórmulas corretas para produzir novas fórmulas corretas. Por exemplo, se sabemos que $A > B$ e $B > C$ podemos concluir com certeza que $A > C$.
- Geometria e Álgebra foram enfim unidas pelo matemático René Descartes (1596 - 1650) que mostrou como usar pares de números reais para representar pontos do plano. Essa ideia criou a área da geometria analítica e forneceu uma interpretação geométrica para álgebra linear.

As linguagens da lógica matemática

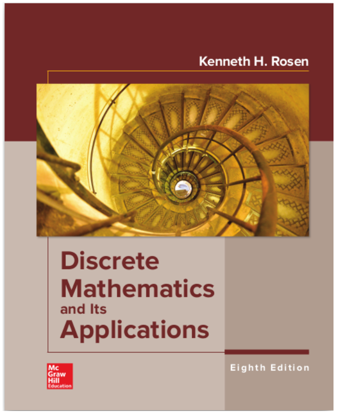
- Outros matemáticos, principalmente no século 19 mostraram como aplicar a ideia geral da álgebra também a lógica.
- Dispomos de dois principais sistemas de notação, ou **linguagens formais**, para expressar raciocínios lógicos de maneira matematicamente
  - clara,
  - sucinta, e
  - livre de ambiguidade
- Que são:
  - teoria dos conjuntos
  - cálculo de predicados

As linguagens da lógica matemática

- A lógica clássica está restrita a afirmações que são verdadeiras ou falsas.
- No sec. 16 e 17 estudaram chances em jogos de azar.
- Que no início do século 20 evoluíram para a **teoria da probabilidade** e a **estatística**.
- Em meados do século 20, motivada pela expansão do rádio, telefone e outros meios de comunicação a teoria da probabilidade deu origem à **teoria da informação**.
- Futuramente **análise de algoritmos**, **teoria da computabilidade** e complexidade

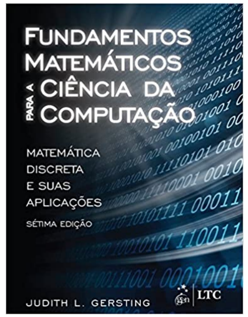
Referências

- Discrete Mathematics and Its Applications
- Kenneth H. Rosen
- Excelente Livro sobre o Tema.



Referências

- Fundamentos Matemáticos para a Ciência da Computação
- Judith Gersting



Referências

- Elementos de Matemática Discreta para Computação
- Anamaria Gomide e Jorge Stolfi
- Em português e tem versão online.
- Mais simples e menos prolixo.
- Ainda em desenvolvimento (pode conter alguns erros)

Elementos de Matemática Discreta para Computação

Anamaria Gomide
^
Jorge Stolfi

Versão Preliminar de 22 de abril de 2021