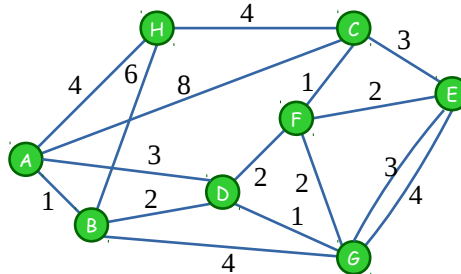


Exercícios de fixação - Algoritmos em grafos

**Questão 1.** Considere o grafo abaixo.

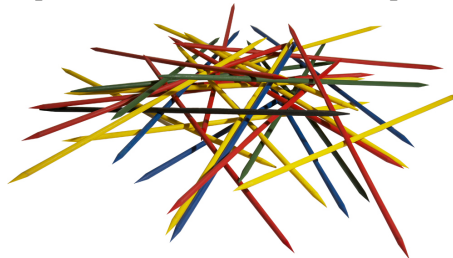


- (a) O grafo contém ciclos. Modifique o algoritmo para ordenação topológica para verificar se há ciclos.
- (b) Crie a árvore de caminhos mínimos a partir do vértice  $D$ .

**Questão 2.** A complexidade do algoritmo de Dijkstra depende da implementação da fila de prioridade usada. Utilizando um MinHeap binário, calcule a complexidade do algoritmo respondendo:

- (a) Quanto tempo leva para criar um Heap?
- (b) Quantas vezes removemos o menor elemento?
- (c) Quantas vezes analisamos cada aresta?
- (d) Em casa, implemente o algoritmo de Dijkstra em C.

**Questão 3.** No jogo pega-varetas as regras são simples: você só pode mover uma vareta por vez e o objetivo é pegar todas as varetas; o primeiro que mover mais de uma vareta perde.



- (a) Modele o problema como um grafo! Aqui você também deve definir qual problema você está resolvendo para aumentar as chances de vencer o jogo. Diga qual estratégia você utilizaria numa partida.
- (b) Escreva um algoritmo que verifique se é possível empatar, isso é, se é possível que todas as varetas sejam removidas. Nesse caso, o algoritmo deve mostrar a ordem em que as varetas devem ser retiradas.

**Questão 4.** Uma empresa está sendo reestruturada e o gerente deseja criar dois departamentos. Ele gostaria que todos os funcionários alocados em cada departamento se conhecessem.

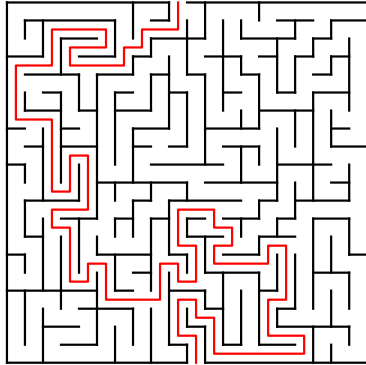
- (a) Relembre que um grafo é bipartido se ele puder ser pintado com duas cores, preto e branco, de forma que não haja aresta entre vértices da mesma cor. Modifique o algoritmo de busca em profundidade e obtenha um algoritmo para verificar se um grafo é bipartido. Se for, obtenha também uma coloração dos vértices. Dica: comece pintando um vértice de branco; que cores devem ter os vizinhos?
- (b) Dado grafo  $G$ , escreva um algoritmo que calcule o grafo complementar,  $\bar{G}$ , isso é, o grafo com o mesmo conjunto de vértices de  $G$  e que tem aresta  $(u, v)$  se, e só se,  $(u, v)$  não é aresta em  $G$ .
- (c) Modele o problema acima com um grafo e escreva um algoritmo que decida se é possível criar os dois departamentos como deseja o gerente.

- (d) Modele o problema como um problema em grafo. Escreva como o grafo é definido e formalize as noções do problema como propriedades desse grafo. Diga qual pergunta deve ser feita sobre o grafo para resolver o problema (da maneira mais formal que conseguir).
- (e) Escreva um algoritmo para resolver o problema.

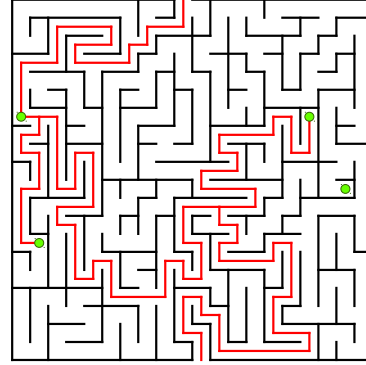
*(vide verso)*

**Questão 5.** Em um labirinto, dado um mapa, queremos sair de uma posição inicial e chegar na final.

- (a) Modele o problema do labirinto como um grafo e proponha uma solução. O algoritmo deve imprimir o caminho do início até fim.
- (b) Considere a seguinte variante do labirinto: seu objetivo é sair do ponto inicial e chegar ao ponto final colhendo pelo menos  $x$  de  $n$  itens distribuídos pelo mapa. Modifique o algoritmo da questão anterior para resolver esse problema. O algoritmo deve imprimir o percurso completo.



Labirinto convencional.



Labirinto com recompensa:  $x = 3, n = 4$ .

**Questão 6.** Um *cracker* invadiu um computador de uma rede, contaminando-o com um vírus que se espalha muito rapidamente: uma hora após ser infectado, um o vírus é capaz de contaminar os computadores diretamente ligados a ele. Felizmente, no servidor da empresa, foi instalada uma atualização do anti-vírus que previne a contaminação: uma vez instalada em um computador, processo que demora 10 minutos, a atualização é distribuída para os computadores vizinhos. Suponha que a atualização tenha sido instalada no computador 2 horas depois de a rede ser invadida. Escreva um algoritmo para contar o número de computadores infectados.

**Questão 7.** Uma rede de comunicação será formada por vários roteadores, cada um instalado em uma unidade de uma empresa. As unidades estão espalhadas pela cidade e a empresa pode conectar cada par de unidades  $a$  e  $b$  com um cabo. Acontece que, quando um dado é transmitido entre  $a$  e  $b$  existe um tempo de latência  $l_{ab}$  para que a informação saia de  $a$  e chegue em  $b$ . Um novo servidor de vendas será instalado em alguma unidade  $s$ . Para transmitir dados de  $s$  para  $b$ , é permitido que, primeiro, o dado seja transmitido para uma unidade  $a$  e, em seguida, retransmitindo de  $a$  para  $b$ . Mais genericamente, o dado pode passar por um caminho de unidades. Seu objetivo é escolher a unidade em que será instalado o servidor para minimizar o pior tempo de transmissão entre o servidor e alguma unidade.