Tópicos da Teoria dos Jogos em Computação

Rafael C. S. Schouery   Orlando Lee   Flávio K. Miyazawa
Eduardo C. Xavier

Universidade Estadual de Campinas

De 27 a 31 de Julho de 2015

Sobre o curso

Slides e Errata do livro em:

Sobre o curso

Slides e Errata do livro em:

- `ic.unicamp.br/~schouery/publicacoes/ttjc/`

Sobre o curso

Slides e Errata do livro em:

- `ic.unicamp.br/~schouery/publicacoes/ttjc/`

Aulas:

Sobre o curso

Slides e Errata do livro em:

- `ic.unicamp.br/~schouery/publicacoes/ttjc/`

Aulas:

Segunda	Rafael	Introdução

Sobre o curso

Slides e Errata do livro em:

- `ic.unicamp.br/~schouery/publicacoes/ttjc/`

Aulas:

Segunda	Rafael	Introdução
Terça	Orlando	Jogos de Roteamento

Sobre o curso

Slides e Errata do livro em:

- `ic.unicamp.br/~schouery/publicacoes/ttjc/`

Aulas:

Segunda	Rafael	Introdução
Terça	Orlando	Jogos de Roteamento
Quarta	Flávio	Balanceamento de Carga

Sobre o curso

Slides e Errata do livro em:

- `ic.unicamp.br/~schouery/publicacoes/ttjc/`

Aulas:

Segunda	Rafael	Introdução
Terça	Orlando	Jogos de Roteamento
Quarta	Flávio	Balanceamento de Carga
Quinta	Rafael	Leilões e Mecanismos

Sobre o curso

Slides e Errata do livro em:

- `ic.unicamp.br/~schouery/publicacoes/ttjc/`

Aulas:

Segunda	Rafael	Introdução
Terça	Orlando	Jogos de Roteamento
Quarta	Flávio	Balanceamento de Carga
Quinta	Rafael	Leilões e Mecanismos
Sexta	Flávio	Compartilhamento de Custos

Introdução

Introdução

O que é a Teoria dos Jogos?

Introdução

O que é a Teoria dos Jogos?

- Estudo da interação entre agentes e dos resultados que possam ocorrer a partir dessa interação

Introdução

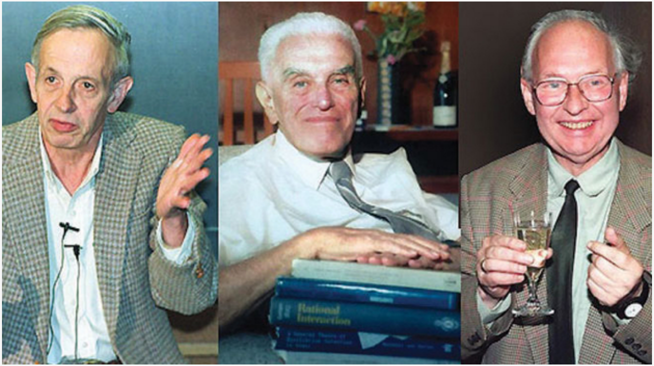
O que é a Teoria dos Jogos?

- Estudo da interação entre agentes e dos resultados que possam ocorrer a partir dessa interação

Theory of Games and Economic Behavior,
von Neumann e Morgenstern (1944)

Prêmio Nobel em Ciências Econômicas 1994

Prêmio Nobel em Ciências Econômicas 1994



Nash, Harsanyi e Selten: *"for their pioneering analysis of equilibria in the theory of non-cooperative games"*

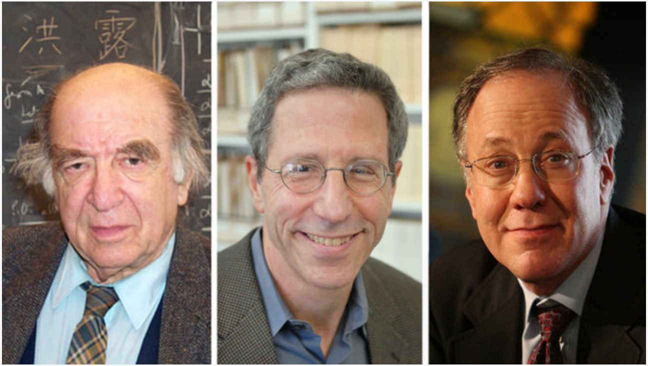
Prêmio Nobel em Ciências Econômicas 2005

Prêmio Nobel em Ciências Econômicas 2005

Aumann e Schelling: *"for having enhanced our understanding of conflict and cooperation through game-theory analysis."*

Prêmio Nobel em Ciências Econômicas 2007

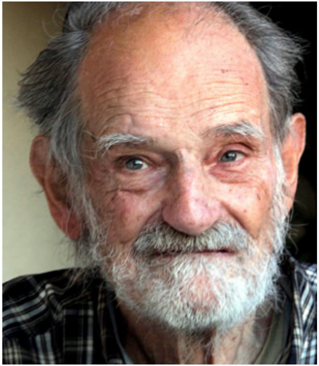
Prêmio Nobel em Ciências Econômicas 2007



Hurwicz, Maskin e Myerson: *"for having laid the foundations of mechanism design theory."*

Prêmio Nobel em Ciências Econômicas 2012

Prêmio Nobel em Ciências Econômicas 2012



Roth e Shapley: *"for the theory of stable allocations and the practice of market design."*

Teoria dos Jogos para computólogos

Teoria dos Jogos para computólogos

O que é Teoria dos Jogos Algorítmica?

Teoria dos Jogos para computólogos

O que é Teoria dos Jogos Algorítmica?

- Interface entre a Teoria dos Jogos e a computação

Teoria dos Jogos para computólogos

O que é Teoria dos Jogos Algorítmica?

- Interface entre a Teoria dos Jogos e a computação

Nisan e Ronen, Algorithmic Mechanism Design, STOC'99:

Teoria dos Jogos para computólogos

O que é Teoria dos Jogos Algorítmica?

- Interface entre a Teoria dos Jogos e a computação

Nisan e Ronen, Algorithmic Mechanism Design, STOC'99:

Teoria dos Jogos para computólogos

O que é Teoria dos Jogos Algorítmica?

- Interface entre a Teoria dos Jogos e a computação

Nisan e Ronen, Algorithmic Mechanism Design, STOC'99:

> *"We consider algorithmic problems ... where the participants cannot be assumed to follow the algorithm but rather their own self-interest. ... the algorithm designer should ensure in advance that the agents' interests are best served by behaving correctly."*

Exemplo: Problemas clássicos revisitados

Exemplo: Problemas clássicos revisitados

Problemas computacionais clássicos como:

Exemplo: Problemas clássicos revisitados

Problemas computacionais clássicos como:

- Roteamento

Exemplo: Problemas clássicos revisitados

Problemas computacionais clássicos como:

- Roteamento
- Balanceamento de carga

Exemplo: Problemas clássicos revisitados

Problemas computacionais clássicos como:

- Roteamento
- Balanceamento de carga
- Localização de instalações

Exemplo: Problemas clássicos revisitados

Problemas computacionais clássicos como:

- Roteamento
- Balanceamento de carga
- Localização de instalações

Podem ser repensados utilizando a Teoria dos Jogos

Exemplo: Problemas clássicos revisitados

Exemplo: Problemas clássicos revisitados

Problemas de economia clássicos como:

Exemplo: Problemas clássicos revisitados

Problemas de economia clássicos como:

- Encontrar um equilíbrio de Nash em um jogo

Exemplo: Problemas clássicos revisitados

Problemas de economia clássicos como:

- Encontrar um equilíbrio de Nash em um jogo
- Encontrar um equilíbrio de mercado

Exemplo: Problemas clássicos revisitados

Problemas de economia clássicos como:

- Encontrar um equilíbrio de Nash em um jogo
- Encontrar um equilíbrio de mercado
- Decidir como distribuir n itens a m jogadores

Exemplo: Problemas clássicos revisitados

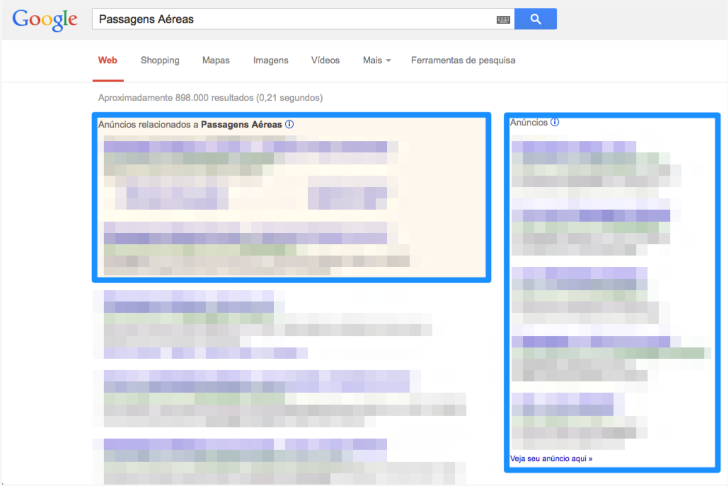
Problemas de economia clássicos como:

- Encontrar um equilíbrio de Nash em um jogo
- Encontrar um equilíbrio de mercado
- Decidir como distribuir n itens a m jogadores

Podem ser repensados utilizando a Teoria da Computação

Exemplo: Leilões de anúncios

Exemplo: Leilões de anúncios



Conceitos básicos

Dilema do Prisioneiro

Dilema do Prisioneiro

- Dois prisioneiros A e B interrogados separadamente

Dilema do Prisioneiro

- Dois prisioneiros A e B interrogados separadamente
- Duas possíveis respostas: confessar ou silenciar

Dilema do Prisioneiro

- Dois prisioneiros A e B interrogados separadamente
- Duas possíveis respostas: confessar ou silenciar
- Duração da pena depende das respostas

Dilema do Prisioneiro

- Dois prisioneiros A e B interrogados separadamente
- Duas possíveis respostas: confessar ou silenciar
- Duração da pena depende das respostas

Duração da pena:

Dilema do Prisioneiro

- Dois prisioneiros A e B interrogados separadamente
- Duas possíveis respostas: confessar ou silenciar
- Duração da pena depende das respostas

Duração da pena:

1 \ 2	Confessar	Silenciar
Confessar	4, 4	1, 5
Silenciar	5, 1	2, 2

Análise do Dilema do Prisioneiro

2 1	Confessar	Silenciar
Confessar	4 4	5 1
Silenciar	1 5	2 2

Análise do Dilema do Prisioneiro

1 \ 2	Confessar	Silenciar
Confessar	4 / 4	1 / 5
Silenciar	5 / 1	2 / 2

Análise feita pelo jogador *A*:

Análise do Dilema do Prisioneiro

1 \ 2	Confessar	Silenciar
Confessar	4 , 4	1 , 5
Silenciar	5 , 1	2 , 2

Análise feita pelo jogador A:

- Se B Confessar, é melhor Confessar e ficar 4 anos preso do que Silenciar e ficar 5 anos preso

Análise do Dilema do Prisioneiro

1 \ 2	Confessar	Silenciar
Confessar	4, 4	1, 5
Silenciar	5, 1	2, 2

Análise feita pelo jogador A:

- Se B Confessar, é melhor Confessar e ficar 4 anos preso do que Silenciar e ficar 5 anos preso
- Se B Silenciar, é melhor Confessar e ficar 1 ano preso do que Silenciar e ficar 2 anos preso

Análise do Dilema do Prisioneiro

1 \ 2	Confessar	Silenciar
Confessar	4 , 4	1 , 5
Silenciar	5 , 1	2 , 2

Análise feita pelo jogador A:

- Se B Confessar, é melhor Confessar e ficar 4 anos preso do que Silenciar e ficar 5 anos preso
- Se B Silenciar, é melhor Confessar e ficar 1 ano preso do que Silenciar e ficar 2 anos preso

Por simetria, para ambos os jogadores, é melhor Confessar independente da estratégia do outro jogador

Formalização de um jogo simultâneo

Em um jogo:

Formalização de um jogo simultâneo

Em um jogo:

- Temos um conjunto $N = \{1, \ldots, n\}$ de jogadores

Formalização de um jogo simultâneo

Em um jogo:

- Temos um conjunto $N = \{1, \ldots, n\}$ de jogadores
- Cada jogador i tem um conjunto S_i de estratégias

Formalização de um jogo simultâneo

Em um jogo:

- Temos um conjunto $N = \{1, \ldots, n\}$ de jogadores
- Cada jogador i tem um conjunto S_i de estratégias
- Um perfil (de estratégias) é um vetor $(s_1, \ldots, s_n)$ onde $s_i \in S_i$

Formalização de um jogo simultâneo

Em um jogo:

- Temos um conjunto $N = \{1, \ldots, n\}$ de jogadores
- Cada jogador i tem um conjunto S_i de estratégias
- Um perfil (de estratégias) é um vetor $(s_1, \ldots, s_n)$ onde $s_i \in S_i$
- $S = S_1 \times \cdots \times S_n$ é o conjunto de perfis

Formalização de um jogo simultâneo

Em um jogo:

- Temos um conjunto $N = \{1, \ldots, n\}$ de jogadores
- Cada jogador i tem um conjunto S_i de estratégias
- Um perfil (de estratégias) é um vetor $(s_1, \ldots, s_n)$ onde $s_i \in S_i$
- $S = S_1 \times \cdots \times S_n$ é o conjunto de perfis
- Cada jogador i tem uma função u_i de S em $\mathbb{R}$

Formalização de um jogo simultâneo

Em um jogo:

- Temos um conjunto $N = \{1, \ldots, n\}$ de jogadores
- Cada jogador i tem um conjunto S_i de estratégias
- Um perfil (de estratégias) é um vetor $(s_1, \ldots, s_n)$ onde $s_i \in S_i$
- $S = S_1 \times \cdots \times S_n$ é o conjunto de perfis
- Cada jogador i tem uma função u_i de S em $\mathbb{R}$
- $u_i(s_1, \ldots, s_n)$ é a utilidade (lucro) do jogador i quando o perfil é $(s_1, \ldots, s_n)$

Formalização de um jogo simultâneo

Em um jogo:

- Temos um conjunto $N = \{1, \ldots, n\}$ de jogadores
- Cada jogador i tem um conjunto S_i de estratégias
- Um perfil (de estratégias) é um vetor $(s_1, \ldots, s_n)$ onde $s_i \in S_i$
- $S = S_1 \times \cdots \times S_n$ é o conjunto de perfis
- Cada jogador i tem uma função u_i de S em $\mathbb{R}$
- $u_i(s_1, \ldots, s_n)$ é a utilidade (lucro) do jogador i quando o perfil é $(s_1, \ldots, s_n)$
- Alternativamente, podemos considerar uma função de custo c_i de S em $\mathbb{R}$

Formalização de um jogo simultâneo

Em um jogo:

- Temos um conjunto $N = \{1, \ldots, n\}$ de jogadores
- Cada jogador i tem um conjunto S_i de estratégias
- Um perfil (de estratégias) é um vetor $(s_1, \ldots, s_n)$ onde $s_i \in S_i$
- $S = S_1 \times \cdots \times S_n$ é o conjunto de perfis
- Cada jogador i tem uma função u_i de S em $\mathbb{R}$
- $u_i(s_1, \ldots, s_n)$ é a utilidade (lucro) do jogador i quando o perfil é $(s_1, \ldots, s_n)$
- Alternativamente, podemos considerar uma função de custo c_i de S em $\mathbb{R}$
  - Podemos converter usando $c_i(s) = -u_i(s)$

Racionalidade

Em geral, consideramos que os jogadores são racionais

Racionalidade

Em geral, consideramos que os jogadores são racionais

- Isto é, eles buscam maximizar sua utilidade

Racionalidade

Em geral, consideramos que os jogadores são racionais

- Isto é, eles buscam maximizar sua utilidade
- Ou minimizar o seu custo

Racionalidade

Em geral, consideramos que os jogadores são racionais

- Isto é, eles buscam maximizar sua utilidade
- Ou minimizar o seu custo

Vários dos principais conceitos que veremos se baseiam na racionalidade dos jogadores

Formalização do Dilema do Prisioneiro

Formalização do Dilema do Prisioneiro

$N = \{A, B\}$

Formalização do Dilema do Prisioneiro

$N = \{A, B\}$
$S_A = \{\text{Confessar}, \text{Silenciar}\}$

Formalização do Dilema do Prisioneiro

$N = \{A, B\}$
$S_A = \{\text{Confessar}, \text{Silenciar}\}$
$S_B = \{\text{Confessar}, \text{Silenciar}\}$

Formalização do Dilema do Prisioneiro

$N = \{A, B\}$
$S_A = \{\text{Confessar}, \text{Silenciar}\}$
$S_B = \{\text{Confessar}, \text{Silenciar}\}$
$S = S_A \times S_B$

Formalização do Dilema do Prisioneiro

$N = \{A, B\}$
$S_A = \{\text{Confessar}, \text{Silenciar}\}$
$S_B = \{\text{Confessar}, \text{Silenciar}\}$
$S = S_A \times S_B$

$$c_A(s) = \left\{ \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right.$$

Formalização do Dilema do Prisioneiro

$N = \{A, B\}$
$S_A = \{\text{Confessar}, \text{Silenciar}\}$
$S_B = \{\text{Confessar}, \text{Silenciar}\}$
$S = S_A \times S_B$

$$c_A(s) = \begin{cases} & \\ & \end{cases}$$

Formalização do Dilema do Prisioneiro

$N = \{A, B\}$
$S_A = \{\text{Confessar}, \text{Silenciar}\}$
$S_B = \{\text{Confessar}, \text{Silenciar}\}$
$S = S_A \times S_B$

$$c_A(s) = \begin{cases} 4, & \text{se } s = (\text{Confessar}, \text{Confessar}), \\ & \\ & \end{cases}$$

Formalização do Dilema do Prisioneiro

$N = \{A, B\}$
$S_A = \{\text{Confessar}, \text{Silenciar}\}$
$S_B = \{\text{Confessar}, \text{Silenciar}\}$
$S = S_A \times S_B$

$$c_A(s) = \begin{cases} 4, & \text{se } s = (\text{Confessar}, \text{Confessar}), \\ 1, & \text{se } s = (\text{Confessar}, \text{Silenciar}), \\ & \\ & \end{cases}$$

Formalização do Dilema do Prisioneiro

$N = \{A, B\}$
$S_A = \{\text{Confessar}, \text{Silenciar}\}$
$S_B = \{\text{Confessar}, \text{Silenciar}\}$
$S = S_A \times S_B$

$$c_A(s) = \begin{cases} 4, & \text{se } s = (\text{Confessar}, \text{Confessar}), \\ 1, & \text{se } s = (\text{Confessar}, \text{Silenciar}), \\ 5, & \text{se } s = (\text{Silenciar}, \text{Confessar}), \\ & \end{cases}$$

Formalização do Dilema do Prisioneiro

$N = \{A, B\}$
$S_A = \{\text{Confessar}, \text{Silenciar}\}$
$S_B = \{\text{Confessar}, \text{Silenciar}\}$
$S = S_A \times S_B$

$$c_A(s) = \begin{cases} 4, & \text{se } s = (\text{Confessar}, \text{Confessar}), \\ 1, & \text{se } s = (\text{Confessar}, \text{Silenciar}), \\ 5, & \text{se } s = (\text{Silenciar}, \text{Confessar}), \\ 2, & \text{se } s = (\text{Silenciar}, \text{Silenciar}) \end{cases}$$

Formalização do Dilema do Prisioneiro

$N = \{A, B\}$
$S_A = \{\text{Confessar}, \text{Silenciar}\}$
$S_B = \{\text{Confessar}, \text{Silenciar}\}$
$S = S_A \times S_B$

$$c_A(s) = \begin{cases} 4, & \text{se } s = (\text{Confessar}, \text{Confessar}), \\ 1, & \text{se } s = (\text{Confessar}, \text{Silenciar}), \\ 5, & \text{se } s = (\text{Silenciar}, \text{Confessar}), \\ 2, & \text{se } s = (\text{Silenciar}, \text{Silenciar}) \end{cases}$$

$$c_B(s) = \begin{cases} & \\ & \\ & \\ & \end{cases}$$

Formalização do Dilema do Prisioneiro

$N = \{A, B\}$
$S_A = \{\text{Confessar}, \text{Silenciar}\}$
$S_B = \{\text{Confessar}, \text{Silenciar}\}$
$S = S_A \times S_B$

$$c_A(s) = \begin{cases} 4, & \text{se } s = (\text{Confessar}, \text{Confessar}), \\ 1, & \text{se } s = (\text{Confessar}, \text{Silenciar}), \\ 5, & \text{se } s = (\text{Silenciar}, \text{Confessar}), \\ 2, & \text{se } s = (\text{Silenciar}, \text{Silenciar}) \end{cases}$$

$$c_B(s) = \begin{cases} & \\ & \\ & \\ & \end{cases}$$

Formalização do Dilema do Prisioneiro

$N = \{A, B\}$
$S_A = \{\text{Confessar}, \text{Silenciar}\}$
$S_B = \{\text{Confessar}, \text{Silenciar}\}$
$S = S_A \times S_B$

$$c_A(s) = \begin{cases} 4, & \text{se } s = (\text{Confessar}, \text{Confessar}), \\ 1, & \text{se } s = (\text{Confessar}, \text{Silenciar}), \\ 5, & \text{se } s = (\text{Silenciar}, \text{Confessar}), \\ 2, & \text{se } s = (\text{Silenciar}, \text{Silenciar}) \end{cases}$$

$$c_B(s) = \begin{cases} 4, & \text{se } s = (\text{Confessar}, \text{Confessar}), \\ & \\ & \\ & \end{cases}$$

Formalização do Dilema do Prisioneiro

$N = \{A, B\}$
$S_A = \{\text{Confessar}, \text{Silenciar}\}$
$S_B = \{\text{Confessar}, \text{Silenciar}\}$
$S = S_A \times S_B$

$$c_A(s) = \begin{cases} 4, & \text{se } s = (\text{Confessar}, \text{Confessar}), \\ 1, & \text{se } s = (\text{Confessar}, \text{Silenciar}), \\ 5, & \text{se } s = (\text{Silenciar}, \text{Confessar}), \\ 2, & \text{se } s = (\text{Silenciar}, \text{Silenciar}) \end{cases}$$

$$c_B(s) = \begin{cases} 4, & \text{se } s = (\text{Confessar}, \text{Confessar}), \\ 5, & \text{se } s = (\text{Confessar}, \text{Silenciar}), \\ & \\ & \end{cases}$$

Formalização do Dilema do Prisioneiro

$N = \{A, B\}$
$S_A = \{\text{Confessar}, \text{Silenciar}\}$
$S_B = \{\text{Confessar}, \text{Silenciar}\}$
$S = S_A \times S_B$

$$c_A(s) = \begin{cases} 4, & \text{se } s = (\text{Confessar}, \text{Confessar}), \\ 1, & \text{se } s = (\text{Confessar}, \text{Silenciar}), \\ 5, & \text{se } s = (\text{Silenciar}, \text{Confessar}), \\ 2, & \text{se } s = (\text{Silenciar}, \text{Silenciar}) \end{cases}$$

$$c_B(s) = \begin{cases} 4, & \text{se } s = (\text{Confessar}, \text{Confessar}), \\ 5, & \text{se } s = (\text{Confessar}, \text{Silenciar}), \\ 1, & \text{se } s = (\text{Silenciar}, \text{Confessar}), \\ & \end{cases}$$

Formalização do Dilema do Prisioneiro

$N = \{A, B\}$
$S_A = \{\text{Confessar}, \text{Silenciar}\}$
$S_B = \{\text{Confessar}, \text{Silenciar}\}$
$S = S_A \times S_B$

$$c_A(s) = \begin{cases} 4, & \text{se } s = (\text{Confessar}, \text{Confessar}), \\ 1, & \text{se } s = (\text{Confessar}, \text{Silenciar}), \\ 5, & \text{se } s = (\text{Silenciar}, \text{Confessar}), \\ 2, & \text{se } s = (\text{Silenciar}, \text{Silenciar}) \end{cases}$$

$$c_B(s) = \begin{cases} 4, & \text{se } s = (\text{Confessar}, \text{Confessar}), \\ 5, & \text{se } s = (\text{Confessar}, \text{Silenciar}), \\ 1, & \text{se } s = (\text{Silenciar}, \text{Confessar}), \\ 2, & \text{se } s = (\text{Silenciar}, \text{Silenciar}) \end{cases}$$

Formalização do Dilema do Prisioneiro

$N = \{A, B\}$
$S_A = \{\text{Confessar}, \text{Silenciar}\}$
$S_B = \{\text{Confessar}, \text{Silenciar}\}$
$S = S_A \times S_B$

$$u_A(s) = \begin{cases} -4, & \text{se } s = (\text{Confessar}, \text{Confessar}), \\ -1, & \text{se } s = (\text{Confessar}, \text{Silenciar}), \\ -5, & \text{se } s = (\text{Silenciar}, \text{Confessar}), \\ -2, & \text{se } s = (\text{Silenciar}, \text{Silenciar}) \end{cases}$$

$$u_B(s) = \begin{cases} -4, & \text{se } s = (\text{Confessar}, \text{Confessar}), \\ -5, & \text{se } s = (\text{Confessar}, \text{Silenciar}), \\ -1, & \text{se } s = (\text{Silenciar}, \text{Confessar}), \\ -2, & \text{se } s = (\text{Silenciar}, \text{Silenciar}) \end{cases}$$

Notação

Considere um jogo dado por

Notação

Considere um jogo dado por

- Conjunto $N = \{1, \ldots, n\}$ de jogadores

Notação

Considere um jogo dado por

- Conjunto $N = \{1, \ldots, n\}$ de jogadores
- Para cada jogador i:

Notação

Considere um jogo dado por

- Conjunto $N = \{1, \ldots, n\}$ de jogadores
- Para cada jogador i:
  - Conjunto S_i de estratégias do jogador i

Notação

Considere um jogo dado por

- Conjunto $N = \{1, \ldots, n\}$ de jogadores
- Para cada jogador i:
  - Conjunto S_i de estratégias do jogador i
  - Função de utilidade u_i de S em $\mathbb{R}$

Notação

Considere um jogo dado por

- Conjunto $N = \{1, \ldots, n\}$ de jogadores
- Para cada jogador i:
  - Conjunto S_i de estratégias do jogador i
  - Função de utilidade u_i de S em $\mathbb{R}$

Para um perfil $s = (s_1, \ldots, s_n)$ em S:

Notação

Considere um jogo dado por

- Conjunto $N = \{1, \ldots, n\}$ de jogadores
- Para cada jogador i:
  - Conjunto S_i de estratégias do jogador i
  - Função de utilidade u_i de S em $\mathbb{R}$

Para um perfil $s = (s_1, \ldots, s_n)$ em S:

- s_{-i} é o vetor $(s_1, \ldots, s_{i-1}, s_{i+1}, \ldots, s_n)$

Notação

Considere um jogo dado por

- Conjunto $N = \{1, \ldots, n\}$ de jogadores
- Para cada jogador i:
  - Conjunto S_i de estratégias do jogador i
  - Função de utilidade u_i de S em $\mathbb{R}$

Para um perfil $s = (s_1, \ldots, s_n)$ em S:

- s_{-i} é o vetor $(s_1, \ldots, s_{i-1}, s_{i+1}, \ldots, s_n)$
- (s'_i, s_{-i}) é o vetor $(s_1, \ldots, s_{i-1}, s'_i, s_{i+1}, \ldots, s_n)$

Notação

Considere um jogo dado por

- Conjunto $N = \{1, \ldots, n\}$ de jogadores
- Para cada jogador i:
  - Conjunto S_i de estratégias do jogador i
  - Função de utilidade u_i de S em $\mathbb{R}$

Para um perfil $s = (s_1, \ldots, s_n)$ em S:

- s_{-i} é o vetor $(s_1, \ldots, s_{i-1}, s_{i+1}, \ldots, s_n)$
- (s'_i, s_{-i}) é o vetor $(s_1, \ldots, s_{i-1}, s'_i, s_{i+1}, \ldots, s_n)$

Essa notação é útil para comparar duas estratégias quando os outros jogadores mantém suas escolhas

Resposta ótima e estratégia dominante

Uma estratégia $s_i \in S_i$ é uma resposta ótima para $s_{-i} \in S_{-i}$ se, para todo $s'_i \in S_i$, temos que

Resposta ótima e estratégia dominante

Uma estratégia $s_i \in S_i$ é uma resposta ótima para $s_{-i} \in S_{-i}$ se, para todo $s'_i \in S_i$, temos que

$$u_i(s) = u_i(s_i, s_{-i}) \geq u_i(s'_i, s_{-i})$$

Resposta ótima e estratégia dominante

Uma estratégia $s_i \in S_i$ é uma resposta ótima para $s_{-i} \in S_{-i}$ se, para todo $s'_i \in S_i$, temos que

$$u_i(s) = u_i(s_i, s_{-i}) \geq u_i(s'_i, s_{-i})$$

Uma estratégia $s_i \in S_i$ é uma estratégia dominante se, para todo $s_{-i} \in S_{-i}$, temos que s_i é uma resposta ótima para s_{-i}

Dilema do Prisioneiro

1 \ 2	Confessar	Silenciar
Confessar	-4, -4	-1, -5
Silenciar	-5, -1	-2, -2

Dilema do Prisioneiro

1 \ 2	Confessar	Silenciar
Confessar	-4, -4	-1, -5
Silenciar	-5, -1	-2, -2

- Confessar é uma resposta ótima quando o outro jogador joga Silenciar

Dilema do Prisioneiro

1 \ 2	Confessar	Silenciar
Confessar	-4, -4	-1, -5
Silenciar	-5, -1	-2, -2

- Confessar é uma resposta ótima quando o outro jogador joga Silenciar
- Confessar é uma resposta ótima quando o outro jogador joga Confessar

Dilema do Prisioneiro

1 \ 2	Confessar	Silenciar
Confessar	-4, -4	-1, -5
Silenciar	-5, -1	-2, -2

- Confessar é uma resposta ótima quando o outro jogador joga Silenciar
- Confessar é uma resposta ótima quando o outro jogador joga Confessar
- Confessar é uma estratégia dominante para ambos os jogadores

Jogo do Congestionamento

Jogo do Congestionamento

- Dois motoristas 1 e 2

Jogo do Congestionamento

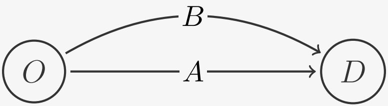
- Dois motoristas 1 e 2
- Duas rotas possíveis (A e B) de O para D

Jogo do Congestionamento

- Dois motoristas 1 e 2
- Duas rotas possíveis (A e B) de O para D
- Rota A é a mais rápida

Jogo do Congestionamento

- Dois motoristas 1 e 2
- Duas rotas possíveis (A e B) de O para D
- Rota A é a mais rápida



Jogo do Congestionamento

Tempo do percurso:

Jogo do Congestionamento

Tempo do percurso:

1 \ 2	A	B
A	5, 5	1, 2
B	2, 1	6, 6

Jogo do Congestionamento

Tempo do percurso:

1 \ 2	A	B
A	5, 5	1, 2
B	2, 1	6, 6

Análise feita pelo jogador 1:

Jogo do Congestionamento

Tempo do percurso:

1 \ 2	A	B
A	5, 5	1, 2
B	2, 1	6, 6

Análise feita pelo jogador 1:

- Se 2 escolher A, é melhor escolher B

Jogo do Congestionamento

Tempo do percurso:

2 / 1	A	B
A	5, 5	1, 2
B	2, 1	6, 6

Análise feita pelo jogador 1:

- Se 2 escolher A, é melhor escolher B
- Se 2 escolher B, é melhor escolher A

Jogo do Congestionamento

Tempo do percurso:

1 \ 2	A	B
A	5, 5	1, 2
B	2, 1	6, 6

Análise feita pelo jogador 1:

- Se 2 escolher A, é melhor escolher B
- Se 2 escolher B, é melhor escolher A

A melhor rota para 1 depende da escolha de 2

Jogo do Congestionamento

Tempo do percurso:

1 \ 2	A	B
A	5, 5	1, 2
B	2, 1	6, 6

Análise feita pelo jogador 1:

- Se 2 escolher A, é melhor escolher B
- Se 2 escolher B, é melhor escolher A

A melhor rota para 1 depende da escolha de 2

Se ambos escolherem rotas diferentes, eles não se arrependem

Equilíbrio de Nash

Relembrando:

Equilíbrio de Nash

Relembrando:

- Uma estratégia $s_i \in S_i$ é uma resposta ótima para $s_{-i} \in S_{-i}$ se, para todo $s'_i \in S_i$, temos que

$$u_i(s) = u_i(s_i, s_{-i}) \geq u_i(s'_i, s_{-i})$$

Equilíbrio de Nash

Relembrando:

- Uma estratégia $s_i \in S_i$ é uma resposta ótima para $s_{-i} \in S_{-i}$ se, para todo $s'_i \in S_i$, temos que

$$u_i(s) = u_i(s_i, s_{-i}) \geq u_i(s'_i, s_{-i})$$

Um perfil $s = (s_1, \ldots, s_n)$ é um equilíbrio (de Nash) se, para todo jogador i, s_i é uma resposta ótima para s_{-i}

Equilíbrio de Nash

Relembrando:

- Uma estratégia $s_i \in S_i$ é uma resposta ótima para $s_{-i} \in S_{-i}$ se, para todo $s'_i \in S_i$, temos que

$$u_i(s) = u_i(s_i, s_{-i}) \geq u_i(s'_i, s_{-i})$$

Um perfil $s = (s_1, \ldots, s_n)$ é um equilíbrio (de Nash) se, para todo jogador i, s_i é uma resposta ótima para s_{-i}

Isto é, nenhum jogador pode melhorar sua utilidade através de uma mudança individual de estratégia

Jogo do Congestionamento

2 1	A	B
A	5 5	2 1
B	1 2	6 6

Jogo do Congestionamento

1 \ 2	A	B
A	5, 5	1, 2
B	2, 1	6, 6

- (A, B) é um equilíbrio de Nash

Jogo do Congestionamento

1 \ 2	A	B
A	5, 5	1, 2
B	2, 1	6, 6

- (A, B) é um equilíbrio de Nash
- (B, A) também é um equilíbrio de Nash

Jogo do Congestionamento

1 \ 2	A	B
A	5, 5	1, 2
B	2, 1	6, 6

- (A, B) é um equilíbrio de Nash
- (B, A) também é um equilíbrio de Nash
- Ou seja, um jogo pode ter mais de um equilíbrio

Jogo do Congestionamento

1 \ 2	A	B
A	5, 5	1, 2
B	2, 1	6, 6

- (A, B) é um equilíbrio de Nash
- (B, A) também é um equilíbrio de Nash
- Ou seja, um jogo pode ter mais de um equilíbrio

Qual equilíbrio ocorrerá?

Par-ou-Ímpar

2 / 1	Par	Ímpar
Par	1, -1	-1, 1
Ímpar	-1, 1	1, -1

Par-ou-Ímpar

2 1	Par	Ímpar
Par	-1 1	1 -1
Ímpar	1 -1	-1 1

- Não existe equilíbrio para o jogo Par-ou-Ímpar

Par-ou-Ímpar

1 \ 2	Par	Ímpar
Par	1, -1	-1, 1
Ímpar	-1, 1	1, -1

- Não existe equilíbrio para o jogo Par-ou-Ímpar
- Isto é, um jogo pode não ter equilíbrios

Par-ou-Ímpar

2 / 1	Par	Ímpar
Par	-1 / 1	1 / -1
Ímpar	1 / -1	-1 / 1

- Não existe equilíbrio para o jogo Par-ou-Ímpar
- Isto é, um jogo pode não ter equilíbrios

Como você joga Par-ou-Ímpar na vida real?

Estratégias mistas

Por enquanto, consideramos que cada jogador escolhe uma única estratégia

Estratégias mistas

Por enquanto, consideramos que cada jogador escolhe uma única estratégia

Podemos considerar também estratégias mistas:

Estratégias mistas

Por enquanto, consideramos que cada jogador escolhe uma única estratégia

Podemos considerar também estratégias mistas:

- O jogador escolhe uma estratégia de forma aleatória

Estratégias mistas

Por enquanto, consideramos que cada jogador escolhe uma única estratégia

Podemos considerar também estratégias mistas:

- O jogador escolhe uma estratégia de forma aleatória
- Uma estratégia mista para o jogador i é uma distribuição de probabilidades no conjunto S_i

Estratégias mistas

Por enquanto, consideramos que cada jogador escolhe uma única estratégia

Podemos considerar também estratégias mistas:

- O jogador escolhe uma estratégia de forma aleatória
- Uma estratégia mista para o jogador i é uma distribuição de probabilidades no conjunto S_i

Estratégias puras:

Estratégias mistas

Por enquanto, consideramos que cada jogador escolhe uma única estratégia

Podemos considerar também estratégias mistas:

- O jogador escolhe uma estratégia de forma aleatória
- Uma estratégia mista para o jogador i é uma distribuição de probabilidades no conjunto S_i

Estratégias puras:

- $s_i \in S_i$ é chamada de estratégia pura

Estratégias mistas

Por enquanto, consideramos que cada jogador escolhe uma única estratégia

Podemos considerar também estratégias mistas:

- O jogador escolhe uma estratégia de forma aleatória
- Uma estratégia mista para o jogador i é uma distribuição de probabilidades no conjunto S_i

Estratégias puras:

- $s_i \in S_i$ é chamada de estratégia pura
- Uma estratégia pura s_i pode ser vista como uma estratégia mista onde a probabilidade de s_i ser escolhida é igual a 1

Utilidade esperada

Seja σ um vetor de estratégias mistas

Utilidade esperada

Seja σ um vetor de estratégias mistas

- Ou seja, para cada jogador i, σ_i é uma distribuição de probabilidades em S_i

Utilidade esperada

Seja σ um vetor de estratégias mistas

- Ou seja, para cada jogador i, σ_i é uma distribuição de probabilidades em S_i

Qual é a utilidade esperada do jogador i para σ?

Utilidade esperada

Seja σ um vetor de estratégias mistas

- Ou seja, para cada jogador i, σ_i é uma distribuição de probabilidades em S_i

Qual é a utilidade esperada do jogador i para σ?

$$\mathbb{E}[u_i(\sigma)] = \sum_{s \in S} u_i(s)\mathbb{P}_\sigma(s),$$

Utilidade esperada

Seja σ um vetor de estratégias mistas

- Ou seja, para cada jogador i, σ_i é uma distribuição de probabilidades em S_i

Qual é a utilidade esperada do jogador i para σ?

$$\mathbb{E}[u_i(\sigma)] = \sum_{s \in S} u_i(s)\mathbb{P}_\sigma(s),$$

onde $\mathbb{P}_\sigma(s) = \prod_j \sigma_j(s_j)$

Utilidade esperada

Seja σ um vetor de estratégias mistas

- Ou seja, para cada jogador i, σ_i é uma distribuição de probabilidades em S_i

Qual é a utilidade esperada do jogador i para σ?

$$\mathbb{E}[u_i(\sigma)] \; = \; \sum_{s \in S} u_i(s) \mathbb{P}_\sigma(s),$$

onde $\mathbb{P}_\sigma(s) = \prod_j \sigma_j(s_j)$

Dizemos que os jogadores são neutros ao risco

Resposta ótima e estratégia dominante

Resposta ótima e estratégia dominante

Uma estratégia mista σ_i é uma resposta ótima para σ_{-i} se, para todo σ'_i, temos que

$$\mathbb{E}[u_i(\sigma)] = \mathbb{E}[u_i(\sigma_i, \sigma_{-i})] \geq \mathbb{E}[u_i(\sigma'_i, \sigma_{-i})]$$

Resposta ótima e estratégia dominante

Uma estratégia mista σ_i é uma resposta ótima para σ_{-i} se, para todo σ'_i, temos que

$$\mathbb{E}[u_i(\sigma)] = \mathbb{E}[u_i(\sigma_i, \sigma_{-i})] \geq \mathbb{E}[u_i(\sigma'_i, \sigma_{-i})]$$

Uma estratégia mista σ_i é dominante se, para todo σ_{-i}, temos que σ_i é uma resposta ótima para σ_{-i}

Equilíbrio misto de Nash

Equilíbrio misto de Nash

Um vetor σ é um equilíbrio misto (de Nash) se, para todo jogador i, a estratégia σ_i é uma resposta ótima para σ_{-i}

Equilíbrio misto de Nash

Um vetor σ é um equilíbrio misto (de Nash) se, para todo jogador i, a estratégia σ_i é uma resposta ótima para σ_{-i}

Exemplo: $\rho_1 = \rho_2 = (1/2, 1/2)$ é um equilíbrio misto de Nash para o Par-ou-Ímpar

Equilíbrio misto de Nash

Equilíbrio misto de Nash

Teorema (Nash, 1951): Todo jogo com um número finito de jogadores e conjuntos finitos de estratégias tem um equilíbrio misto.

Equilíbrio misto de Nash

Teorema (Nash, 1951): Todo jogo com um número finito de jogadores e conjuntos finitos de estratégias tem um equilíbrio misto.

Existem jogos sem equilíbrio misto de Nash

Equilíbrio misto de Nash

Teorema (Nash, 1951): Todo jogo com um número finito de jogadores e conjuntos finitos de estratégias tem um equilíbrio misto.

Existem jogos sem equilíbrio misto de Nash

- com número infinito de jogadores ou

Equilíbrio misto de Nash

Teorema (Nash, 1951): Todo jogo com um número finito de jogadores e conjuntos finitos de estratégias tem um equilíbrio misto.

Existem jogos sem equilíbrio misto de Nash

- com número infinito de jogadores ou
- com conjuntos de estratégias infinitos

Jogo da Poluição

Jogo da Poluição

- Conjunto de n países

Jogo da Poluição

- Conjunto de n países
- Precisam decidir se poluem ou não poluem

Jogo da Poluição

- Conjunto de n países
- Precisam decidir se poluem ou não poluem
- Não poluir custa 3

Jogo da Poluição

- Conjunto de n países
- Precisam decidir se poluem ou não poluem
- Não poluir custa 3
- Cada país paga 1 por cada país poluente

Jogo da Poluição

- Conjunto de n países
- Precisam decidir se poluem ou não poluem
- Não poluir custa 3
- Cada país paga 1 por cada país poluente

Suponha que $k < n$ países poluam

Jogo da Poluição

- Conjunto de n países
- Precisam decidir se poluem ou não poluem
- Não poluir custa 3
- Cada país paga 1 por cada país poluente

Suponha que $k < n$ países poluam

- Um país que não polui paga $k + 3$

Jogo da Poluição

- Conjunto de n países
- Precisam decidir se poluem ou não poluem
- Não poluir custa 3
- Cada país paga 1 por cada país poluente

Suponha que $k < n$ países poluam

- Um país que não polui paga $k + 3$
- Se ele passar a poluir, seu custo será de $k + 1$

Jogo da Poluição

- Conjunto de n países
- Precisam decidir se poluem ou não poluem
- Não poluir custa 3
- Cada país paga 1 por cada país poluente

Suponha que $k < n$ países poluam

- Um país que não polui paga $k + 3$
- Se ele passar a poluir, seu custo será de $k + 1$
- O único equilíbrio ocorre quando todos poluem

Preço da Anarquia e da Estabilidade

- Custo total do único equilíbrio do Jogo da Poluição: n^2

Preço da Anarquia e da Estabilidade

- Custo total do único equilíbrio do Jogo da Poluição: n^2
- Custo total do “melhor” para a sociedade: $3n$

Preço da Anarquia e da Estabilidade

- Custo total do único equilíbrio do Jogo da Poluição: n^2
- Custo total do "melhor" para a sociedade: $3n$

O valor $n^2/(3n) = n/3$ indica quão ruim é o equilíbrio comparado com o melhor para a sociedade

Preço da Anarquia e da Estabilidade

- Custo total do único equilíbrio do Jogo da Poluição: n^2
- Custo total do "melhor" para a sociedade: $3n$

O valor $n^2/(3n) = n/3$ indica quão ruim é o equilíbrio comparado com o melhor para a sociedade

Duas medidas:

Preço da Anarquia e da Estabilidade

- Custo total do único equilíbrio do Jogo da Poluição: n^2
- Custo total do "melhor" para a sociedade: $3n$

O valor $n^2/(3n) = n/3$ indica quão ruim é o equilíbrio comparado com o melhor para a sociedade

Duas medidas:

- Preço da Estabilidade: análise de melhor caso

Preço da Anarquia e da Estabilidade

- Custo total do único equilíbrio do Jogo da Poluição: n^2
- Custo total do "melhor" para a sociedade: $3n$

O valor $n^2/(3n) = n/3$ indica quão ruim é o equilíbrio comparado com o melhor para a sociedade

Duas medidas:

- Preço da Estabilidade: análise de melhor caso
  - "preço" mínimo que pagamos porque os jogadores são egoístas

Preço da Anarquia e da Estabilidade

- Custo total do único equilíbrio do Jogo da Poluição: n^2
- Custo total do "melhor" para a sociedade: $3n$

O valor $n^2/(3n) = n/3$ indica quão ruim é o equilíbrio comparado com o melhor para a sociedade

Duas medidas:

- Preço da Estabilidade: análise de melhor caso
  - "preço" mínimo que pagamos porque os jogadores são egoístas
- Preço da Anarquia: análise de pior caso

Preço da Anarquia e da Estabilidade

- Custo total do único equilíbrio do Jogo da Poluição: n^2
- Custo total do "melhor" para a sociedade: $3n$

O valor $n^2/(3n) = n/3$ indica quão ruim é o equilíbrio comparado com o melhor para a sociedade

Duas medidas:

- Preço da Estabilidade: análise de melhor caso
  - "preço" mínimo que pagamos porque os jogadores são egoístas
- Preço da Anarquia: análise de pior caso
  - "preço" máximo que pagamos porque os jogadores são egoístas

Preço da Anarquia e da Estabilidade

Para um jogo J (com utilidades):

Preço da Anarquia e da Estabilidade

Para um jogo J (com utilidades):

- $f(s)$: valor do bem-estar social do perfil de estratégias s

Preço da Anarquia e da Estabilidade

Para um jogo J (com utilidades):

- $f(s)$: valor do bem-estar social do perfil de estratégias s
  - Usualmente, $f(s) = \sum_{i \in N} u_i(s)$

Preço da Anarquia e da Estabilidade

Para um jogo J (com utilidades):

- $f(s)$: valor do bem-estar social do perfil de estratégias s
  - Usualmente, $f(s) = \sum_{i \in N} u_i(s)$
- $\mathrm{OPT}(J) = \max\{f(s) : s \in S\}$: valor máximo do bem-estar social do jogo J

Preço da Anarquia e da Estabilidade

Para um jogo J (com utilidades):

- $f(s)$: valor do bem-estar social do perfil de estratégias s
  - Usualmente, $f(s) = \sum_{i \in N} u_i(s)$
- $\text{OPT}(J) = \max\{f(s) : s \in S\}$: valor máximo do bem-estar social do jogo J
- $\mathcal{E}(J)$: conjunto de equilíbrios do jogo J

Preço da Anarquia e da Estabilidade

Para um jogo J (com utilidades):

- $f(s)$: valor do bem-estar social do perfil de estratégias s
  - Usualmente, $f(s) = \sum_{i \in N} u_i(s)$
- $\mathrm{OPT}(J) = \max\{f(s) : s \in S\}$: valor máximo do bem-estar social do jogo J
- $\mathcal{E}(J)$: conjunto de equilíbrios do jogo J

Preço da Estabilidade (análise de melhor caso):

Preço da Anarquia e da Estabilidade

Para um jogo J (com utilidades):

- $f(s)$: valor do bem-estar social do perfil de estratégias s
  - Usualmente, $f(s) = \sum_{i \in N} u_i(s)$
- $\text{OPT}(J) = \max\{f(s) : s \in S\}$: valor máximo do bem-estar social do jogo J
- $\mathcal{E}(J)$: conjunto de equilíbrios do jogo J

Preço da Estabilidade (análise de melhor caso):

$$\text{PE} = \min\left\{\frac{\text{OPT}(J)}{f(s)} : s \in \mathcal{E}(J)\right\}$$

Preço da Anarquia e da Estabilidade

Para um jogo J (com utilidades):

- $f(s)$: valor do bem-estar social do perfil de estratégias s
  - Usualmente, $f(s) = \sum_{i \in N} u_i(s)$
- $\mathrm{OPT}(J) = \max\{f(s) : s \in S\}$: valor máximo do bem-estar social do jogo J
- $\mathcal{E}(J)$: conjunto de equilíbrios do jogo J

Preço da Estabilidade (análise de melhor caso):

$$\mathrm{PE} = \min \left\{ \frac{\mathrm{OPT}(J)}{f(s)} : s \in \mathcal{E}(J) \right\}$$

Preço da Anarquia (análise de pior caso):

Preço da Anarquia e da Estabilidade

Para um jogo J (com utilidades):

- $f(s)$: valor do bem-estar social do perfil de estratégias s
  - Usualmente, $f(s) = \sum_{i \in N} u_i(s)$
- $\mathrm{OPT}(J) = \max\{f(s) : s \in S\}$: valor máximo do bem-estar social do jogo J
- $\mathcal{E}(J)$: conjunto de equilíbrios do jogo J

Preço da Estabilidade (análise de melhor caso):

$$\mathrm{PE} = \min\left\{\frac{\mathrm{OPT}(J)}{f(s)} : s \in \mathcal{E}(J)\right\}$$

Preço da Anarquia (análise de pior caso):

$$\mathrm{PA} = \max\left\{\frac{\mathrm{OPT}(J)}{f(s)} : s \in \mathcal{E}(J)\right\}$$

Preço da Anarquia e da Estabilidade

Quando temos custos ao invés de utilidades, invertemos as razões

Preço da Anarquia e da Estabilidade

Quando temos custos ao invés de utilidades, invertemos as razões

Preço da Estabilidade:

Preço da Anarquia e da Estabilidade

Quando temos custos ao invés de utilidades, invertemos as razões

Preço da Estabilidade:

$$\mathrm{PE} = \min\left\{\frac{f(s)}{\mathrm{OPT}(J)} : s \in \mathcal{E}(J)\right\}$$

Preço da Anarquia e da Estabilidade

Quando temos custos ao invés de utilidades, invertemos as razões

Preço da Estabilidade:

$$\text{PE} = \min\left\{\frac{f(s)}{\text{OPT}(J)} : s \in \mathcal{E}(J)\right\}$$

Preço da Anarquia:

Preço da Anarquia e da Estabilidade

Quando temos custos ao invés de utilidades, invertemos as razões

Preço da Estabilidade:

$$\mathrm{PE} = \min\left\{\frac{f(s)}{\mathrm{OPT}(J)} : s \in \mathcal{E}(J)\right\}$$

Preço da Anarquia:

$$\mathrm{PA} = \max\left\{\frac{f(s)}{\mathrm{OPT}(J)} : s \in \mathcal{E}(J)\right\}$$

Preço da Anarquia e da Estabilidade

Quando temos custos ao invés de utilidades, invertemos as razões

Preço da Estabilidade:

$$\text{PE} = \min \left\{ \frac{f(s)}{\text{OPT}(J)} : s \in \mathcal{E}(J) \right\}$$

Preço da Anarquia:

$$\text{PA} = \max \left\{ \frac{f(s)}{\text{OPT}(J)} : s \in \mathcal{E}(J) \right\}$$

Assim, tanto com custos quanto com utilidades, $\text{PA} \geq \text{PE} \geq 1$

Jogo do Congestionamento

1 \ 2	A	B
A	5, 5	1, 2
B	2, 1	6, 6

Preço da Estabilidade:

Jogo do Congestionamento

2 1	A	B
A	5 5	2 1
B	1 2	6 6

Preço da Estabilidade:

- O bem-estar social máximo ocorre para (A, B) e (B, A)

Jogo do Congestionamento

1 \ 2	A	B
A	5, 5	1, 2
B	2, 1	6, 6

Preço da Estabilidade:

- O bem-estar social máximo ocorre para (A, B) e (B, A)
  - tem custo 3

Jogo do Congestionamento

1 \ 2	A	B
A	5, 5	1, 2
B	2, 1	6, 6

Preço da Estabilidade:

- O bem-estar social máximo ocorre para (A, B) e (B, A)
  - tem custo 3
- (A, B) também é um equilíbrio puro

Jogo do Congestionamento

1 \ 2	A	B
A	5, 5	1, 2
B	2, 1	6, 6

Preço da Estabilidade:

- O bem-estar social máximo ocorre para (A, B) e (B, A)
  - tem custo 3
- (A, B) também é um equilíbrio puro
- Portanto, o Preço da Estabilidade é 1

Jogo do Congestionamento

1 \ 2	A	B
A	5, 5	1, 2
B	2, 1	6, 6

Preço da Anarquia:

Jogo do Congestionamento

1 \ 2	A	B
A	5, 5	1, 2
B	2, 1	6, 6

Preço da Anarquia:

- O bem-estar social máximo tem custo 3

Jogo do Congestionamento

1 \ 2	A	B
A	5, 5	1, 2
B	2, 1	6, 6

Preço da Anarquia:

- O bem-estar social máximo tem custo 3
- Se considerarmos apenas equilíbrios puros, Preço da Anarquia é 1

Jogo do Congestionamento

2 1	A	B
A	5 5	2 1
B	1 2	6 6

Preço da Anarquia:

- O bem-estar social máximo tem custo 3
- Se considerarmos apenas equilíbrios puros, Preço da Anarquia é 1
- E se considerarmos equilíbrios mistos?

Jogo do Congestionamento

1 \ 2	A	B
A	5, 5	1, 2
B	2, 1	6, 6

Preço da Anarquia:

- O bem-estar social máximo tem custo 3
- Se considerarmos apenas equilíbrios puros, Preço da Anarquia é 1
- E se considerarmos equilíbrios mistos?
  - Existe um equilíbrio misto onde cada jogador tem custo $7/2$

Jogo do Congestionamento

1 \ 2	A	B
A	5, 5	1, 2
B	2, 1	6, 6

Preço da Anarquia:

- O bem-estar social máximo tem custo 3
- Se considerarmos apenas equilíbrios puros, Preço da Anarquia é 1
- E se considerarmos equilíbrios mistos?
  - Existe um equilíbrio misto onde cada jogador tem custo $7/2$
  - Assim, o preço da anarquia é $7/3$ (errata do livro)

Recapitulação

Vimos:

Recapitulação

Vimos:

- O que é a Teoria dos Jogos Algorítmica

Recapitulação

Vimos:

- O que é a Teoria dos Jogos Algorítmica
- Formalização de um jogo simultâneo

Recapitulação

Vimos:

- O que é a Teoria dos Jogos Algorítmica
- Formalização de um jogo simultâneo
- Resposta ótima e estratégia dominante

Recapitulação

Vimos:

- O que é a Teoria dos Jogos Algorítmica
- Formalização de um jogo simultâneo
- Resposta ótima e estratégia dominante
- Equilíbrio de Nash

Recapitulação

Vimos:

- O que é a Teoria dos Jogos Algorítmica
- Formalização de um jogo simultâneo
- Resposta ótima e estratégia dominante
- Equilíbrio de Nash
- Estratégias místas e equilíbrios mistos

Recapitulação

Vimos:

- O que é a Teoria dos Jogos Algorítmica
- Formalização de um jogo simultâneo
- Resposta ótima e estratégia dominante
- Equilíbrio de Nash
- Estratégias místas e equilíbrios mistos
- Preço da Anarquia e da Estabilidade

Recapitulação

Vimos:

- O que é a Teoria dos Jogos Algorítmica
- Formalização de um jogo simultâneo
- Resposta ótima e estratégia dominante
- Equilíbrio de Nash
- Estratégias místas e equilíbrios mistos
- Preço da Anarquia e da Estabilidade

Estes conceitos servirão de base para as próximas aulas