Lista 11

MC358 — Fundamentos Matemáticos para Computação

Prof. Pedro J. de Rezende

2º Semestre de 2013

1. Sejam R_1 e R_2 relações sobre um conjunto A representadas pelas matrizes:

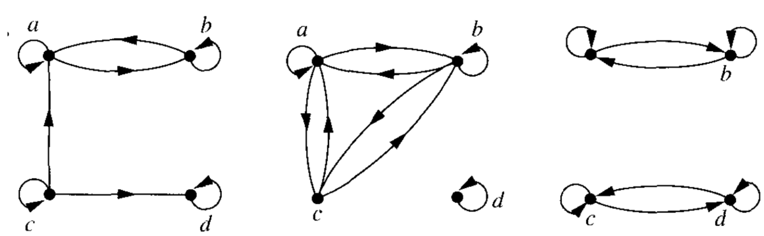
$$M_{R_1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ e } M_{R_2} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

   Encontre as matrizes que representam $R_1 \cup R_2$, $R_1 \cap R_2$, $R_1 \circ R_2$, $R_1 \oplus R_2$.

2. Seja A o conjunto $\{x \in \mathbb{Z} \mid 1 \leq x \leq 100\}$. Indique a quantidade de zeros na matriz que representa a relação R sobre A em cada um dos casos:

   (a) $R = \{(a, b) \text{ see } a > b\}$
   (b) $R = \{(a, b) \text{ see } a \neq b\}$
   (c) $R = \{(a, b) \text{ see } a = b + 1\}$
   (d) $R = \{(a, b) \text{ see } a = 0\}$

3. Determine se as seguintes relações são reflexivas, não reflexivas, simétricas, não simétrica, anti-simétricas e/ou transitivas.



a) b) c)

4. Determine se as seguintes relações são de equivalência.

a) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

c) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

5. Sejam R e S relações de equivalência. Determine se as seguintes relações são de equivalência.

   (a) $R \cup S$

   (b) $R \cap S$

   (c) $R \oplus S$

6. Seja ε um número real positivo. A seguinte relação definida sobre $\mathbb{R}$ é de equivalência? Em caso afirmativo, descreva suas classes de equivalência.

   (a) $R = \{(a, b) \text{ see } |a - b| \leq \varepsilon\}$

   (b) $R = \{(a, b) \text{ see } |a - b| \geq \varepsilon\}$

   (c) $R = \{(a, b) \text{ see } |a - b| \neq \varepsilon\}$

   (d) $R = \{(a, b) \text{ see } |a - b| = \varepsilon\}$

   (e) $R = \{(a, b) \text{ see } |a - b| \in \{0, \varepsilon\}\}$

   (f) $R = \{(a, b) \text{ see } \exists k \in \mathbb{N} \text{ tal que } |a - b| = k\varepsilon\}$