

Lista de Exercícios: Grafos 2¹

MC348 — Fundamentos Matemáticos para Computação

Pedro J. de Rezende

1º Semestre de 2008

Assunto: Grafos

Exercícios

1. Prove por indução que o n -cubo é um grafo hamiltoniano.
2. Demonstre que se G é um grafo bipartido com um número ímpar de vértices, então G não é um grafo hamiltoniano.
3. Considere um tabuleiro de xadrez. Pode um cavalo, através de seus movimentos do jogo de xadrez, passar por todas as casas do tabuleiro e retornar à casa de onde partiu? Responda esta questão considerando um “tabuleiro” 4×4 , 5×5 , 7×7 , 8×8 .
Sugestão: O exercício 2 poderá auxiliar em alguns desses casos.
4. Considere o grafo C_5 . Se usarmos 5 cores distintas para pintar o seu conjunto de vértices, poderemos dizer que estamos exibindo uma coloração dos vértices de C_5 ?
5. Qual é o menor número de cores com que é possível colorir os vértices de C_5 ?
6. Qual é o menor número de cores com que é possível colorir os vértices do grafo K_n , para $n \geq 1$?
7. Qual é o menor número de cores com que é possível colorir os vértices do grafo $K_{p,q}$, para $p, q \geq 1$?
8. Seja G um grafo com pelo menos uma aresta. Prove que G é um grafo bipartido se, e somente se, o menor número de cores suficientes para pintar os seus vértices é 2.
Recorde que dado um grafo G , $\chi(G)$ denota o menor número de cores suficientes para colorir os vértices de G .
9. Encontre uma família de grafos G com $\chi(G) = 3$ e que não contenha um subgrafo completo com 3 vértices.
10. Prove, usando indução em no número de vértices do grafo, que se G é um grafo simples com grau máximo $\Delta(G)$, então $\chi(G) \leq \Delta(G) + 1$.

¹Com a colaboração de Célia P. de Mello.

11. Verdadeiro ou falso? Justifique.
- todo subgrafo de um grafo planar é planar.
 - todo subgrafo de um grafo não-planar é não-planar.
 - todo grafo que contém um grafo planar (como subgrafo) é planar.
 - todo grafo que contém um grafo não-planar (como subgrafo) é não-planar.
12. Para quais valores de n , K_n é planar?
13. Para quais valores de p e q ($p \leq q$) o grafo bipartido completo $K_{p,q}$ é planar?
14. Dê um exemplo de um grafo planar com mais de 6 vértices em que toda face tem grau 6.
15. Seja G um grafo planar. Prove por indução no número de vértices, que os vértices de G podem ser coloridos com 6 cores (de modo que vértices adjacentes recebam cores distintas).