

Sistemas de Numeração

Rodolfo Azevedo

MC404 - Organização Básica de Computadores e Linguagem de Montagem

<http://www.ic.unicamp.br/~rodolfo/mc404>

Como você contaria R\$132,00?



Resposta, R\$132,00 =



Resumidamente, R\$132,00 =

1 x



3 x



2 x



Escolha um dos números abaixo

0	1	2	3
4	5	6	7
8	9	10	11
12	13	14	15

Anote sua resposta para as próximas 4 perguntas

Seu número está aqui?

8	9	10	11
12	13	14	15

Seu número está aqui?

4	5	6	7
12	13	14	15

Seu número está aqui?

2	3	6	7
10	11	14	15

Seu número está aqui?

1	3	5	7
9	11	13	15

Vamos advinhar seu número?

Confira sua resposta

0	1	2	3
Não Não Não Não	Não Não Não Sim	Não Não Sim Não	Não Não Sim Sim
4	5	6	7
Não Sim Não Não	Não Sim Não Sim	Não Sim Sim Não	Não Sim Sim Sim
8	9	10	11
Sim Não Não Não	Sim Não Não Sim	Sim Não Sim Não	Sim Não Sim Sim
12	13	14	15
Sim Sim Não Não	Sim Sim Não Sim	Sim Sim Sim Não	Sim Sim Sim Sim

Em binário

0	1	2	3
0000	0001	0010	0011
4	5	6	7
0100	0101	0110	0111
8	9	10	11
1000	1001	1010	1011
12	13	14	15
1100	1101	1110	1111

Representação digital em binário (base 2)

- Por que binário?
 - 0V --> valor 0
 - Tensão do circuito (tipicamente entre 1V e 5V) --> valor 1
- Como compor números maiores?
 - Mesmo sistema posicional dos números decimais (base 10)
- Em decimal
 - $8547 = 8 \times 10^3 + 5 \times 10^2 + 4 \times 10^1 + 7 \times 10^0$
- Em binário
 - $1001 = 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$

Números em Decimal e Binário

Dec.	Binário		Dec.	Binário		Dec.	Binário		Dec.	Binário
0	0000		4	0100		8	1000		12	1100
1	0001		5	0101		9	1001		13	1101
2	0010		6	0110		10	1010		14	1110
3	0011		7	0111		11	1011		15	1111

E a volta?

- Técnica de divisões sucessivas
 - $57 / 2 = 28$ resto **1**
 - $28 / 2 = 14$ resto **0**
 - $14 / 2 = 7$ resto **0**
 - $7 / 2 = 3$ resto **1**
 - $3 / 2 = 1$ resto **1**
 - $1 / 2 = 0$ resto **1**
- $57 = 111001$
- Ou soma/subtração das potências de 2
 - $57 = 32 + 16 + 8 + 1$
 - $57 = 2^5 + 2^4 + 2^3 + 2^0$

Potências de 2

Potência	Valor		Potência	Valor
2^0	1		2^5	32
2^1	2		2^6	64
2^2	4		2^7	128
2^3	8		2^8	256
2^4	16		2^9	512

- $2^{10} = 1024$

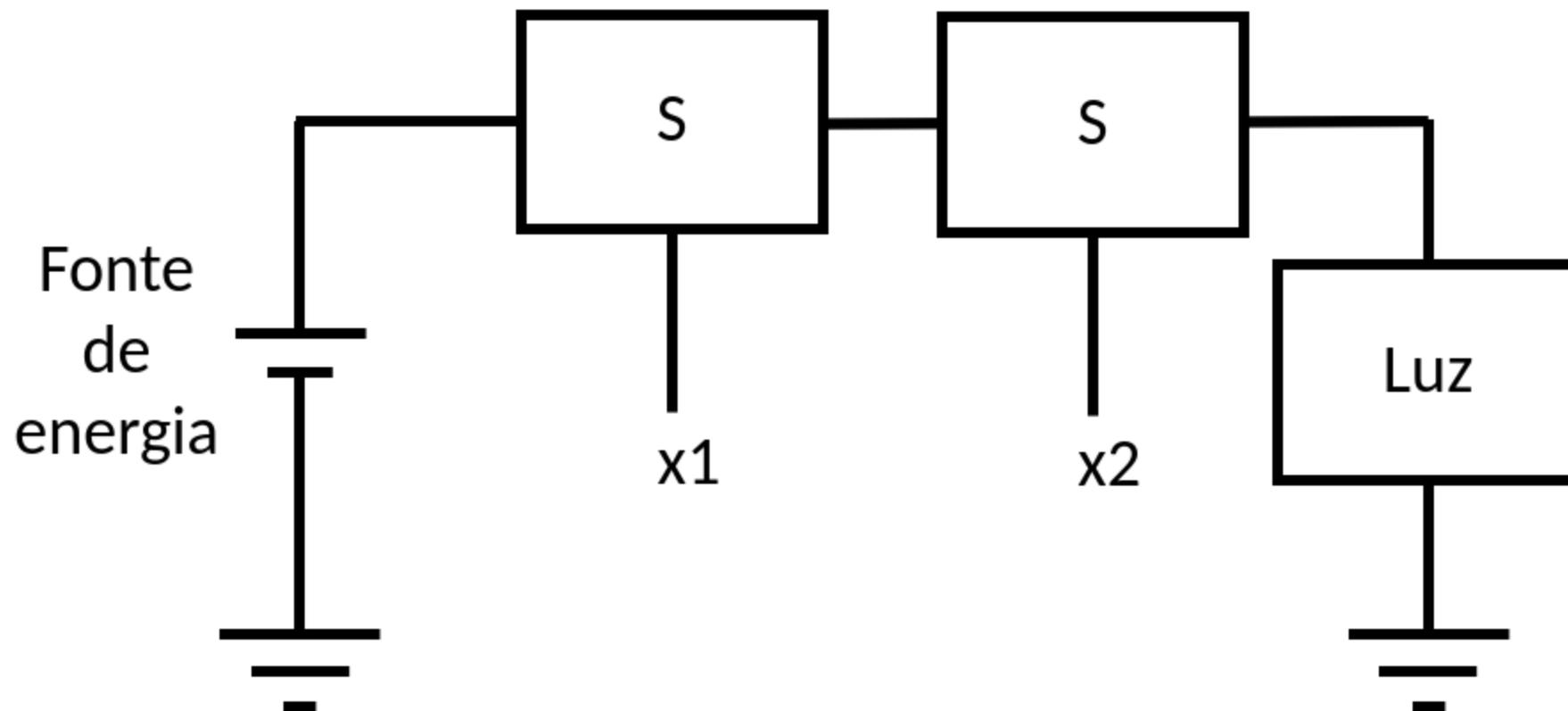
Sua vez

- Converta 45_d para binário
- Converta 102_d para binário
- Converta 100101_b para decimal
- Converta 110000111_b para decimal

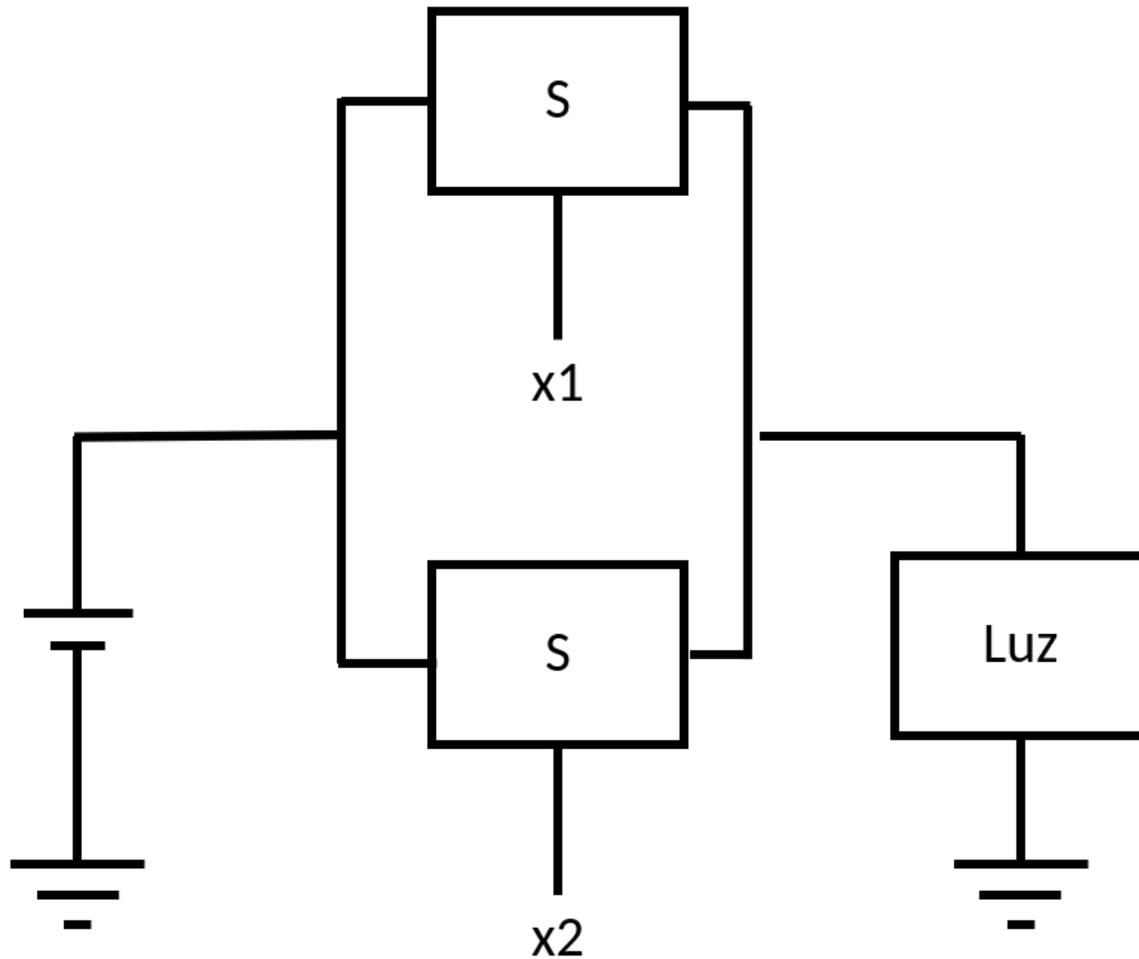
Potências de 2

Valor	Sufixo	Sigla	Valor	Sufixo	Sigla
1000	K	Kilo	1024	Ki	Kibi
1000 ²	M	Mega	1024 ²	Mi	Mebi
1000 ³	G	Giga	1024 ³	Gi	Gibi
1000 ⁴	T	Tera	1024 ⁴	Ti	Tebi
1000 ⁵	P	Peta	1024 ⁵	Pi	Pebi
1000 ⁶	E	Exa	1024 ⁶	Ei	Exbi
1000 ⁷	Z	Zetta	1024 ⁷	Zi	Zebi

Operações Lógicas - Porta E / AND



Operações Lógicas - Porta OU / OR



Operações Lógicas - Porta NÃO / NOT

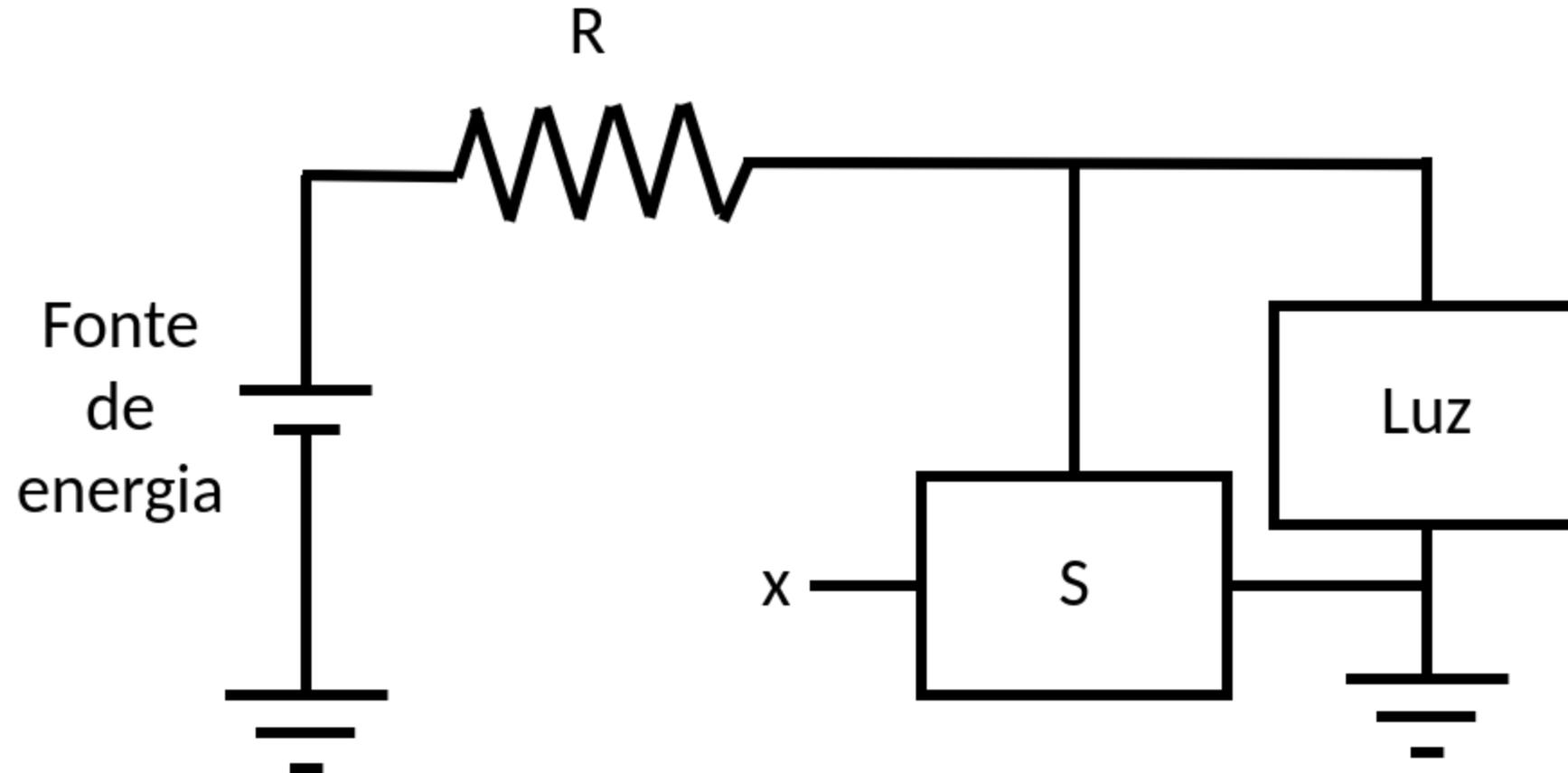
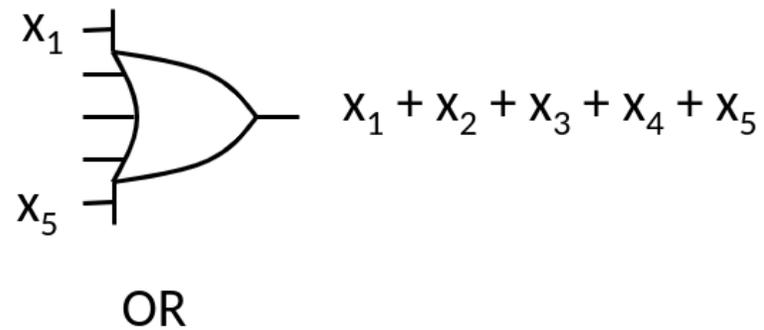
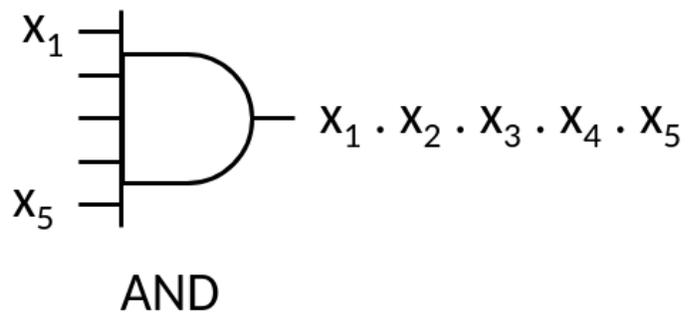
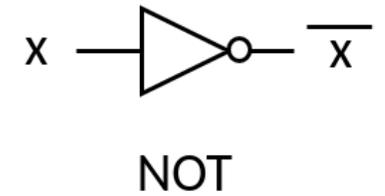
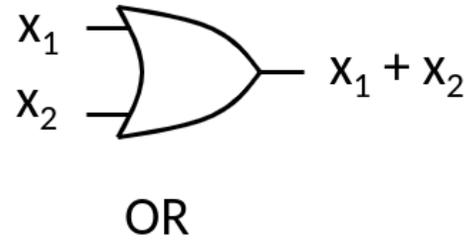
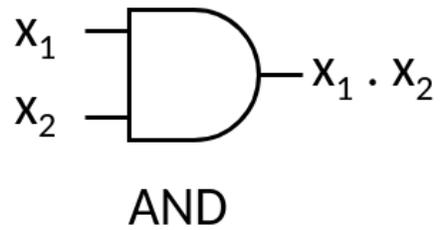


Tabela Verdade

A	B	A AND B	A OR B	A XOR B	NOT A
0	0	0	0	0	1
0	1	0	1	1	1
1	0	0	1	1	0
1	1	1	1	0	0

Portas Lógicas



Instruções Lógicas

Instrução	Formato	Uso
XOR	R	XOR rd, rs1, rs2
XOR imediato	I	XORI rd, rs1, imm
OR	R	OR rd, rs1, rs2
OR imediato	I	ORI rd, rs1, imm
AND	R	AND rd, rs1, rs2
AND imediato	I	ANDI rd, rs1, imm

NOT é uma pseudo-instrução que pode ser implementada com XORI.

Números negativos

- Números negativos podem ser representados em múltiplas formas
 - Complemento de 1
 - Sinal e Magnitude
 - **Complemento de 2**
- É importante notar que trata-se apenas de uma forma de interpretar os dados
 - O computador não sabe se o número é positivo ou negativo
 - O computador apenas sabe que o número é um número binário

Complemento de 1 (não pretendemos utilizar)

- Regra de conversão: inverte todos os bits
- Dado um número binário, inverte-se todos os seus bits
 - $0110 \rightarrow 1001$
 - $1001 \rightarrow 0110$
- Cabe a você, programador, fazer essa interpretação de números negativos ou positivos
- Continuando com os exemplos:
 - $0110 \rightarrow 6$
 - $1001 \rightarrow -6$

Sinal e Magnitude (não pretendemos utilizar)

- O primeiro bit do número é o sinal
 - 0 → positivo
 - 1 → negativo
- Os outros bits representam o valor absoluto do número
 - 0110 → 6
 - 1001 → -1

Complemento de 2 (vamos utilizar essa representação)

- **Definição:** É a representação binária que permite que a expressão $x + (-x)$ seja igual a zero.

$$0110 + 1010 = 0000 \rightarrow (6 + -6 = 0)$$

- **Regra de conversão 1:** Inverte todos os bits (complemento de 1) e soma 1
- **Regra de conversão 2:** Repete os bits da direita para a esquerda até encontrar o primeiro 1 (repete esse um) e inverte todos os bits a partir dele.

Se o número tiver o bit mais significativo igual a 1, então ele é negativo. Caso contrário, ele é positivo.

Representações de números negativos

- Cada representação tem sua vantagem e desvantagem, em especial
 - Complemento de 1
 - Possui duas representações para o número 0
 - Sinal e Magnitude
 - Possui duas representações para o número 0
 - Complemento de 2
 - Uma representação para o número 0

Você sabe o significado das palavras abaixo?

Palavra	O que significa?
Borracha	
Brinco	
Chulo	
Enojado	
Frente	
Largo	
Pastel	

Falso Cognatos em Espanhol

Palavra em espanhol	O que de fato significa
Borracha	Bêbada
Brinco	Pulo
Chulo	Legal
Enojado	Zangado
Frente	Testa
Largo	Longo
Pastel	Bolo

O significado dos bits está na interpretação que o código ou usuário faz deles

- O computador não sabe se o número é positivo ou negativo
- O número não está em complemento de 2, ele é apenas um número binário
- Se você interpretar como complemento de 2, você pode ter um resultado diferente

Sua vez

- Converta os números abaixo para binário em representação de complemento de 2 utilizando 6 bits

Decimal	Binário em complemento de 2 utilizando 6 bits
-1	
-6	
-9	
8	
-15	

Sua vez

- Converta os números abaixo para binário em representação de complemento de 2 utilizando 6 bits

Decimal	Binário em complemento de 2 utilizando 6 bits
-1	111111
-6	111110
-9	110111
8	001000
-15	100001

Representação Hexadecimal (base 16)

- É uma representação compacta para números pois consegue agrupar 4 bits em um único dígito, sendo mais compacta que binário e decimal
- Cada dígito pode ser representado por um número de 0 a 9 ou uma letra de A a F
- A letra A representa o número 10, B representa 11, C representa 12, D representa 13, E representa 14 e F representa 15
- Exemplo:
 - $0110\ 1001 \rightarrow 69h \rightarrow 6 \times 16 + 9 = 105$
 - $1000\ 0111 \rightarrow 87h \rightarrow 8 \times 16 + 7 = 135$
 - $0111\ 1001 \rightarrow 79h \rightarrow 7 \times 16 + 9 = 121$

Note que $1000\ 0111$ também pode ser -121

Sua vez

- Converta os números abaixo para hexadecimal

Binário	Hexadecimal
0100 1101	
1010 0101	
0110 1000	

- Você pode representar um número em hexadecimal utilizando letras maiúsculas ou minúsculas
- Você também pode utilizar o prefixo 0x para indicar que o número é hexadecimal no lugar da letra h como sufixo

Representação de caracteres

Hex	Value														
00	NUL	10	DLE	20	SP	30	0	40	@	50	P	60	`	70	p
01	SOH	11	DC1	21	!	31	1	41	A	51	Q	61	a	71	q
02	STX	12	DC2	22	"	32	2	42	B	52	R	62	b	72	r
03	ETX	13	DC3	23	#	33	3	43	C	53	S	63	c	73	s
04	EOT	14	DC4	24	\$	34	4	44	D	54	T	64	d	74	t
05	ENQ	15	NAK	25	%	35	5	45	E	55	U	65	e	75	u
06	ACK	16	SYN	26	&	36	6	46	F	56	V	66	f	76	v
07	BEL	17	ETB	27	'	37	7	47	G	57	W	67	g	77	w
08	BS	18	CAN	28	(38	8	48	H	58	X	68	h	78	x
09	HT	19	EM	29)	39	9	49	I	59	Y	69	i	79	y
0A	LF	1A	SUB	2A	*	3A	:	4A	J	5A	Z	6A	j	7A	z
0B	VT	1B	ESC	2B	+	3B	;	4B	K	5B	[6B	k	7B	{
0C	FF	1C	FS	2C	,	3C	<	4C	L	5C	\	6C	l	7C	
0D	CR	1D	GS	2D	-	3D	=	4D	M	5D]	6D	m	7D	}
0E	SO	1E	RS	2E	.	3E	>	4E	N	5E	^	6E	n	7E	~
0F	SI	1F	US	2F	/	3F	?	4F	O	5F	_	6F	o	7F	DEL

Códigos ASCII são apenas números!

- O caracter 0 tem código 30h (48d) e o caracter 9 tem código 39h (57d)
 - Se você somar o número 9 ao código 48d, você terá o código 57d, que é o código do caracter 9
- O mesmo vale para letras, a letra A tem código 41h (65d) e a letra E tem código 45h (69d)
 - Se você somar o número 4 (E é a quarta letra do alfabeto) ao código 65d, você terá o código 69d, que é o código da letra E.
- A letra A tem código 41h (65d) e a letra a (minúscula) tem código 61h (97d)
 - Se você somar o número 32 a qualquer letra maiúscula, você terá a letra minúscula correspondente
 - Se você subtrair o número 32 a qualquer letra minúscula, você terá a letra maiúscula correspondente

Representação de caracteres

- A tabela ASCII não é suficiente para representar todos os caracteres de uma língua
- O que fazer quando precisamos representar caracteres que não estão na tabela ASCII?
- Por um bom tempo, a tabela foi dividida em duas partes
 - Primeiros 128 caracteres → Sempre os mesmos para todos os sistemas
 - Demais caracteres → Dependem da localização do sistema
- Exemplo: ISO-8859-1, Windows-1252, etc.

Unicode

- Unicode é um padrão que define um único conjunto de caracteres para todos os sistemas
- Cada caractere é representado por um número (code point)
- Existem múltiplas codificações para esse número
 - UTF-8
 - UTF-16
 - UTF-32
- Para codificar um conjunto grande de caracteres, são necessários mais bytes
- Caracteres são definidos como U+XXXX, onde XXXX é o número hexadecimal do caractere
- *Existem símbolos Unicode que parecem com outros e foram utilizados, recentemente, como forma de burlar sistemas de segurança*

Representação de strings

- Strings são sequências de caracteres armazenadas em memória
- Cada caracter está numa posição de memória consecutiva
- Existem duas formas típicas de armazenar strings
 - String terminada em zero (`\0`) → Formato utilizado em C
 - String cujo primeiro byte indica a quantidade de caracteres à frente

Endianess (Ordem dos bytes na memória)

- Cada posição de memória tem um endereço individual
- Os registradores do RISC-V são de 32 bits (4 bytes)
- O que acontece se eu armazenar o número 0x12345678 na posição 1000 de memória?
- Como você começa a ler o texto a seguir?

זה מאמר ממש מגניב!
אני נהנה ללמוד את זה.
אני אקבל ציונים טובים מאוד.

Endianess (Ordem dos bytes na memória)

- Cada posição de memória tem um endereço individual
- Os registradores do RISC-V são de 32 bits (4 bytes)
- O que acontece se eu armazenar o número 0x12345678 na posição 1000 de memória?

Posição de Memória	1000	1001	1002	1003
Opção 1	0x12	0x34	0x56	0x78
Opção 2	0x78	0x56	0x34	0x12

Endianess (Ordem dos bytes na memória)

- Cada posição de memória tem um endereço individual
- Os registradores do RISC-V são de 32 bits (4 bytes)
- O que acontece se eu armazenar o número 0x12345678 na posição 1000 de memória?

Posição de Memória	1000	1001	1002	1003
Big Endian	0x12	0x34	0x56	0x78
Little Endian	0x78	0x56	0x34	0x12

RISC-V, x86, ARM, NVidia são little endian

Qual o impacto do Endianess?

- Você não precisa se preocupar com endian se:
 - Seu programa escreve um inteiro na memória e lê um inteiro novamente
 - Você não compartilha dados com nenhum outro computador
- Você precisa se preocupar com endian se:
 - Você está lendo um arquivo binário
 - Você envia/recebe dados de outro computador que não sabe o formato destino
 - Você está manipulando dados de tamanho diferente da palavra (4 bytes).
Ex.: strings, char, short, etc.
 - Você está interagindo com um periférico e não sabe o formato de dados dele