Universidade Estadual de Campinas
Instituto de Computação

Campinas, 15 de março de 2024.

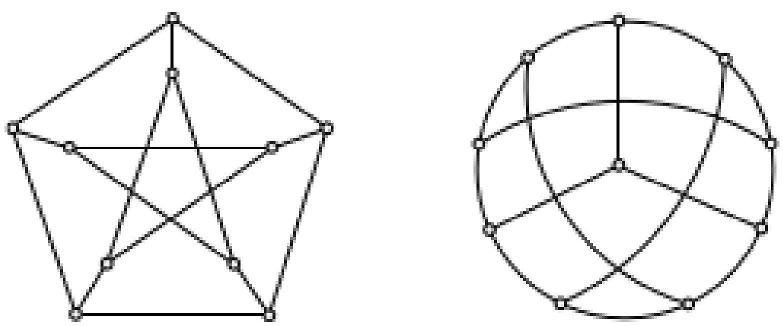
MC558 - Projeto e Análise de Algoritmos II
Lista de Exercícios 1

1. Seja K_3 um grafo completo com 3 vértices.

a) Quantos subgrafos com pelo menos um vértice possui K_3? Justifique.

b) Quantos subgrafos com pelo menos um vértice, não isomorfos dois a dois, possui K_3?

2. Os grafos ilustrados abaixo são isomorfos? Justifique.



3. Um automorfismo de um grafo $G = (V, E)$ é um isomorfismo entre G e G. Todo grafo possui um automorfismo, que é $f : V \to V$, $f(v) = v$. Porém, um grafo G pode ter diversos automorfismos. Prove que não existe nenhum grafo, exceto o completo ou o vazio, tal que toda bijeção $f : V \to V$ é um automorfismo.

4. Seja $G = (V, E)$ um grafo. Prove que todo passeio fechado ímpar de G contém um ciclo ímpar.

5. Seja $G = (V, E)$ um grafo. Prove que se G possui exatamente duas componentes conexas, então seu complemento $\overline{G}$ é conexo.

Ruben Interian
IC - UNICAMP
Av. Albert Einstein, 1251 - Cidade Universitária
13083-852 - Campinas - SP - Brasil
http://www.ic.unicamp.br/~ruben
ruben@ic.unicamp.br
Tel.: +55 (19) 3521-0336
Fax: +55 (19) 3521-5847

6. Seja $G = (V, E)$ um grafo. Prove que se todos os vértices de G têm grau par, então G não tem arestas-de-corte.

7. Seja $G = (V, E)$ um grafo. Demonstre que as seguintes afirmações são equivalentes:

a) G é uma árvore.

b) Para todo par de vértices u, v do grafo, existe um único caminho de u a v em G.

8. Seja G um grafo conexo que contém exatamente dois ciclos diferentes: C_1, com comprimento $|C_1| = k_1$, e C_2, com comprimento $|C_2| = k_2$. Quantas árvores geradoras diferentes existem para o grafo G? Justifique a sua resposta.

9. Seja $G = (V, E)$ um grafo. Prove que se para todo vértice $v \in V$, seu grau $d(v) \geq 3$, então G contém um ciclo par.

10. Seja $G = (V, E)$ um grafo bipartido, sendo todas as suas arestas com um extremo em $X \subset V$ e outro em $Y \subset V$. Prove que se G é k-regular, para algum $k \geq 1$, então $|X| = |Y|$.

Ruben Interian
IC - UNICAMP
Av. Albert Einstein, 1251 - Cidade Universitária
13083-852 - Campinas - SP - Brasil

http://www.ic.unicamp.br/~ruben
ruben@ic.unicamp.br
Tel.: +55 (19) 3521-0336
Fax: +55 (19) 3521-5847