

Introdução às Redes de Interação – MO804 (MC908)

Redes dinâmicas

Prof. Dr. Ruben Interian

Instituto de Computação, UNICAMP

Resumo

- 1 Objetivo
- 2 Redes dinâmicas
- 3 Modelos de redes dinâmicas

Resumo

- 1 Objetivo
- 2 Redes dinâmicas
- 3 Modelos de redes dinâmicas

Objetivo

- Responder a pergunta: **O que são redes dinâmicas?**
- Estudar os **principais tipos, características e modelos** das redes dinâmicas.

Resumo

- 1 Objetivo
- 2 Redes dinâmicas**
- 3 Modelos de redes dinâmicas

Redes dinâmicas

Redes estáticas:

- Nós **nunca aparecem, nunca somem.**
- Arestas e vínculos continuam existindo **para sempre.**
- Se nós possuem atributos, eles **nunca mudam.**

Redes dinâmicas

Redes estáticas:

- Nós **nunca aparecem, nunca somem.**
- Arestas e vínculos continuam existindo **para sempre.**
- Se nós possuem atributos, eles **nunca mudam.**

Redes dinâmicas:

- Nós podem **aparecer e desaparecer.**
- Arestas e vínculos não são eternos e podem **desaparecer**, novas arestas podem **aparecer**, desaparecer, e aparecer novamente.
- Nós e arestas podem ter atributos cujos **valores podem mudar.**

Redes dinâmicas: representação

Como representar matematicamente as mudanças no grafo?

Redes dinâmicas: representação

Como representar matematicamente as mudanças no grafo?

- **Vários grafos** que representam **estados** (*snapshots*) **da rede** em diferentes momentos do tempo.
 - Modelo mais simples e ineficiente. Às vezes, é o que temos!

Redes dinâmicas: representação

Como representar matematicamente as mudanças no grafo?

- **Vários grafos** que representam **estados** (*snapshots*) **da rede** em diferentes momentos do tempo.
 - Modelo mais simples e ineficiente. Às vezes, é o que temos!
- **Vários grafos** que representam a rede em diferentes **períodos de tempo**.
 - Toda a informação existente entre os momentos **A** e **B** precisa ser sintetizada dentro de um grafo usando alguma estratégia.

Redes dinâmicas: representação

Como representar matematicamente as mudanças no grafo?

- **Vários grafos** que representam **estados** (*snapshots*) **da rede** em diferentes momentos do tempo.
 - Modelo mais simples e ineficiente. Às vezes, é o que temos!
- **Vários grafos** que representam a rede em diferentes **períodos de tempo**.
 - Toda a informação existente entre os momentos **A** e **B** precisa ser sintetizada dentro de um grafo usando alguma estratégia.
- **Um grafo** no qual cada vértice ou aresta pode ter uma ou várias **marcas temporais**, chamadas *timestamps*, indicando, por exemplo:
 - Quando uma aresta (interação) surgiu (ocorreu),
 - Quando uma aresta ou um vínculo desapareceu,
 - Uma lista ou sequência de eventos.

Redes dinâmicas: tipos de modelos

Modelos de redes dinâmicas: Processos ou algoritmos que reproduzem ou explicam as mudanças observadas (o **comportamento**) ao longo do tempo. **Classificação #1:**

Redes dinâmicas: tipos de modelos

Modelos de redes dinâmicas: Processos ou algoritmos que reproduzem ou explicam as mudanças observadas (o **comportamento**) ao longo do tempo. **Classificação #1:**

- Modelos **determinísticos**. Estados futuros determinados por estados anteriores.

Redes dinâmicas: tipos de modelos

Modelos de redes dinâmicas: Processos ou algoritmos que reproduzem ou explicam as mudanças observadas (o **comportamento**) ao longo do tempo. **Classificação #1:**

- Modelos **determinísticos**. Estados futuros determinados por estados anteriores.
 - **Exemplo:** aplicação iterativa do fecho triádico.

Redes dinâmicas: tipos de modelos

Modelos de redes dinâmicas: Processos ou algoritmos que reproduzem ou explicam as mudanças observadas (o **comportamento**) ao longo do tempo. **Classificação #1:**

- Modelos **determinísticos**. Estados futuros determinados por estados anteriores.
 - **Exemplo:** aplicação iterativa do fecho triádico.
- Modelos **estocásticos** (não determinísticos).

Redes dinâmicas: tipos de modelos

Modelos de redes dinâmicas: Processos ou algoritmos que reproduzem ou explicam as mudanças observadas (o **comportamento**) ao longo do tempo. **Classificação #1:**

- Modelos **determinísticos**. Estados futuros determinados por estados anteriores.
 - **Exemplo:** aplicação iterativa do fecho triádico.
- Modelos **estocásticos** (não determinísticos).
 - **Exemplo:** grafo aleatório.

Redes dinâmicas: tipos de modelos

Modelos de redes dinâmicas: Processos ou algoritmos que reproduzem ou explicam as mudanças observadas (o **comportamento**) ao longo do tempo. **Classificação #2:**

Redes dinâmicas: tipos de modelos

Modelos de redes dinâmicas: Processos ou algoritmos que reproduzem ou explicam as mudanças observadas (o **comportamento**) ao longo do tempo. **Classificação #2:**

- Modelos **populacionais**, ou **evolutivos**.

Redes dinâmicas: tipos de modelos

Modelos de redes dinâmicas: Processos ou algoritmos que reproduzem ou explicam as mudanças observadas (o **comportamento**) ao longo do tempo. **Classificação #2:**

- Modelos **populacionais**, ou **evolutivos**.
 - Queremos estudar **como evolui** a estrutura da rede a partir do comportamento predefinido (da população) dos vértices.

Redes dinâmicas: tipos de modelos

Modelos de redes dinâmicas: Processos ou algoritmos que reproduzem ou explicam as mudanças observadas (o **comportamento**) ao longo do tempo. **Classificação #2:**

- Modelos **populacionais**, ou **evolutivos**.
 - Queremos estudar **como evolui** a estrutura da rede a partir do comportamento predefinido (da população) dos vértices.
 - Definimos um conjunto de regras (= comportamento), sejam **determinísticas ou não**, e analisamos qual é a estrutura que emerge.

Redes dinâmicas: tipos de modelos

Modelos de redes dinâmicas: Processos ou algoritmos que reproduzem ou explicam as mudanças observadas (o **comportamento**) ao longo do tempo. **Classificação #2:**

- Modelos **populacionais**, ou **evolutivos**.
 - Queremos estudar **como evolui** a estrutura da rede a partir do comportamento predefinido (da população) dos vértices.
 - Definimos um conjunto de regras (= comportamento), sejam **determinísticas ou não**, e analisamos qual é a estrutura que emerge.
- Modelos **estruturais**. Consideramos que há uma estrutura já conhecida (ou fixa) da rede. Queremos estudar:

Redes dinâmicas: tipos de modelos

Modelos de redes dinâmicas: Processos ou algoritmos que reproduzem ou explicam as mudanças observadas (o **comportamento**) ao longo do tempo. **Classificação #2:**

- Modelos **populacionais**, ou **evolutivos**.
 - Queremos estudar **como evolui** a estrutura da rede a partir do comportamento predefinido (da população) dos vértices.
 - Definimos um conjunto de regras (= comportamento), sejam **determinísticas ou não**, e analisamos qual é a estrutura que emerge.
- Modelos **estruturais**. Consideramos que há uma estrutura já conhecida (ou fixa) da rede. Queremos estudar:
 - Comportamentos/regras que levam a essa estrutura (como a estrutura surgiu?), ou

Redes dinâmicas: tipos de modelos

Modelos de redes dinâmicas: Processos ou algoritmos que reproduzem ou explicam as mudanças observadas (o **comportamento**) ao longo do tempo. **Classificação #2:**

- Modelos **populacionais**, ou **evolutivos**.
 - Queremos estudar **como evolui** a estrutura da rede a partir do comportamento predefinido (da população) dos vértices.
 - Definimos um conjunto de regras (= comportamento), sejam **determinísticas ou não**, e analisamos qual é a estrutura que emerge.
- Modelos **estruturais**. Consideramos que há uma estrutura já conhecida (ou fixa) da rede. Queremos estudar:
 - Comportamentos/regras que levam a essa estrutura (como a estrutura surgiu?), ou
 - Os efeitos dessa estrutura em atributos, pesos e processos dentro do grafo.

Redes dinâmicas: exemplos

Exemplos de redes dinâmicas:

Redes dinâmicas: exemplos

Exemplos de redes dinâmicas:

- World Wide Web;

Redes dinâmicas: exemplos

Exemplos de redes dinâmicas:

- World Wide Web;
- Redes sociais;

Redes dinâmicas: exemplos

Exemplos de redes dinâmicas:

- World Wide Web;
- Redes sociais;
- Redes de comunicação (e-mails, ligações telefônicas);

Redes dinâmicas: exemplos

Exemplos de redes dinâmicas:

- World Wide Web;
- Redes sociais;
- Redes de comunicação (e-mails, ligações telefônicas);
- Redes de transações financeiras, entre outros.

Redes dinâmicas: exemplos

Exemplos de redes dinâmicas:

- World Wide Web;
- Redes sociais;
- Redes de comunicação (e-mails, ligações telefônicas);
- Redes de transações financeiras, entre outros.

O mundo é dinâmico!

Resumo

- 1 Objetivo
- 2 Redes dinâmicas
- 3 Modelos de redes dinâmicas**

Modelos de redes dinâmicas

Modelos **mais importantes** de redes dinâmicas:

Modelos de redes dinâmicas

Modelos **mais importantes** de redes dinâmicas:

- Grafos aleatórios dinâmicos;

Modelos de redes dinâmicas

Modelos **mais importantes** de redes dinâmicas:

- Grafos aleatórios dinâmicos;
- Modelos de conexão preferencial (Barabási-Albert);

Modelos de redes dinâmicas

Modelos **mais importantes** de redes dinâmicas:

- Grafos aleatórios dinâmicos;
- Modelos de conexão preferencial (Barabási-Albert);
- Modelos de mundo pequeno (Watts-Strogatz);

Modelos de redes dinâmicas

Modelos **mais importantes** de redes dinâmicas:

- Grafos aleatórios dinâmicos;
- Modelos de conexão preferencial (Barabási-Albert);
- Modelos de mundo pequeno (Watts-Strogatz);
- Modelos epidêmicos

Modelos de redes dinâmicas

Modelos **mais importantes** de redes dinâmicas:

- Grafos aleatórios dinâmicos;
- Modelos de conexão preferencial (Barabási-Albert);
- Modelos de mundo pequeno (Watts-Strogatz);
- Modelos epidêmicos
- Modelos baseados na Teoria de Jogos, e alguns outros.

Modelos de redes dinâmicas

Modelos **mais importantes** de redes dinâmicas:

- Grafos aleatórios dinâmicos;
- Modelos de conexão preferencial (Barabási-Albert);
- Modelos de mundo pequeno (Watts-Strogatz);
- Modelos epidêmicos
- Modelos baseados na Teoria de Jogos, e alguns outros.

Muitos deles tentam modelar o processo de **formação** da rede: como aparecem novos vértices e arestas.

Redes dinâmicas: grafos aleatórios

Modelos de **grafos aleatórios** dinâmicos

Características do modelo:

- É um modelo **estocástico**, e pode ser visto como **populacional ou estrutural** (ele é o único com essa característica). Os grafos aleatórios são o **modelo mais simples** de redes dinâmicas, e foi o primeiro em ser estudado.

Redes dinâmicas: grafos aleatórios

Modelos de **grafos aleatórios** dinâmicos

Características do modelo:

- É um modelo **estocástico**, e pode ser visto como **populacional ou estrutural** (ele é o único com essa característica). Os grafos aleatórios são o **modelo mais simples** de redes dinâmicas, e foi o primeiro em ser estudado.

Procedimento:

- 1 **Fixar** o número de vértices n , que inicialmente estão isolados.

Redes dinâmicas: grafos aleatórios

Modelos de **grafos aleatórios** dinâmicos

Características do modelo:

- É um modelo **estocástico**, e pode ser visto como **populacional ou estrutural** (ele é o único com essa característica). Os grafos aleatórios são o **modelo mais simples** de redes dinâmicas, e foi o primeiro em ser estudado.

Procedimento:

- 1 **Fixar** o número de vértices n , que inicialmente estão isolados.
- 2 Ir **adicionando arestas** colocadas **aleatoriamente** ao grafo: escolher de forma aleatória par de vértices, de todos os possíveis pares ainda não conectados.

Redes dinâmicas: grafos aleatórios

Modelos de **grafos aleatórios** dinâmicos

Características do modelo:

- É um modelo **estocástico**, e pode ser visto como **populacional ou estrutural** (ele é o único com essa característica). Os grafos aleatórios são o **modelo mais simples** de redes dinâmicas, e foi o primeiro em ser estudado.

Procedimento:

- 1 **Fixar** o número de vértices n , que inicialmente estão isolados.
- 2 Ir **adicionando arestas** colocadas **aleatoriamente** ao grafo: escolher de forma aleatória par de vértices, de todos os possíveis pares ainda não conectados.
- 3 **Finalizar** ao chegar a uma quantidade m de arestas.

Redes dinâmicas: grafos aleatórios

- Veja que o **resultado** após adicionar a m -ésima aresta é assintoticamente equivalente ao grafo estático com probabilidade fixa $p = \frac{2m}{n(n-1)}$ de escolhermos uma aresta entre dois vértices.

Redes dinâmicas: grafos aleatórios

- Veja que o **resultado** após adicionar a m -ésima aresta é assintoticamente equivalente ao grafo estático com probabilidade fixa $p = \frac{2m}{n(n-1)}$ de escolhermos uma aresta entre dois vértices.
- Porém, aqui não temos interesse **apenas** no resultado! Podemos estudar como ocorrem as **mudanças** nas características do grafo durante o **processo** de ir adicionando arestas.

Redes dinâmicas: grafos aleatórios

- Veja que o **resultado** após adicionar a m -ésima aresta é assintoticamente equivalente ao grafo estático com probabilidade fixa $p = \frac{2m}{n(n-1)}$ de escolhermos uma aresta entre dois vértices.
- Porém, aqui não temos interesse **apenas** no resultado! Podemos estudar como ocorrem as **mudanças** nas características do grafo durante o **processo** de ir adicionando arestas.
- **Questões que podem ser investigadas:** quando uma determinada propriedade é atingida, por exemplo, conexidade, existência de uma componente com a maioria dos vértices, determinado coeficiente de clusterização.

Redes dinâmicas: grafos aleatórios

Características do modelo:

- **Grau médio** c de um vértice: na media escolheremos $c = (n - 1)p$ vizinhos.

Redes dinâmicas: grafos aleatórios

Características do modelo:

- **Grau médio** c de um vértice: na media escolheremos $c = (n - 1)p$ vizinhos.
- **Distribuição de graus** aproximadamente **normal**.

Redes dinâmicas: grafos aleatórios

Características do modelo:

- **Grau médio** c de um vértice: na media escolheremos $c = (n - 1)p$ vizinhos.
- **Distribuição de graus** aproximadamente **normal**. Mais especificamente, é binomial: é a chance de escolher k vizinhos dentre os $n - 1$ possíveis vizinhos.

$$p(k_i = k) = \binom{n-1}{k} p^k (1-p)^{(n-1-k)}$$

Redes dinâmicas: grafos aleatórios

Características do modelo:

- **Grau médio** c de um vértice: na media escolheremos $c = (n - 1)p$ vizinhos.
- **Distribuição de graus** aproximadamente **normal**. Mais especificamente, é binomial: é a chance de escolher k vizinhos dentre os $n - 1$ possíveis vizinhos.

$$p(k_i = k) = \binom{n-1}{k} p^k (1-p)^{(n-1-k)}$$

- **Coeficiente de clusterização** C_i dos vértices: é igual a chance de qualquer aresta aleatória existir $C_i = \frac{c}{n-1} = p = \frac{2m}{n(n-1)}$.

Redes dinâmicas: grafos aleatórios

Características do modelo:

- **Grau médio** c de um vértice: na media escolheremos $c = (n - 1)p$ vizinhos.
- **Distribuição de graus** aproximadamente **normal**. Mais especificamente, é binomial: é a chance de escolher k vizinhos dentre os $n - 1$ possíveis vizinhos.

$$p(k_i = k) = \binom{n-1}{k} p^k (1-p)^{(n-1-k)}$$

- **Coeficiente de clusterização** C_i dos vértices: é igual a chance de qualquer aresta aleatória existir $C_i = \frac{c}{n-1} = p = \frac{2m}{n(n-1)}$.
 - Veja que se $m = O(n)$, então C_i tende a ser um valor muito pequeno!

Redes dinâmicas: grafos aleatórios

Características do modelo:

- **Grau médio** c de um vértice: na media escolheremos $c = (n - 1)p$ vizinhos.
- **Distribuição de graus** aproximadamente **normal**. Mais especificamente, é binomial: é a chance de escolher k vizinhos dentre os $n - 1$ possíveis vizinhos.

$$p(k_i = k) = \binom{n-1}{k} p^k (1-p)^{(n-1-k)}$$

- **Coeficiente de clusterização** C_i dos vértices: é igual a chance de qualquer aresta aleatória existir $C_i = \frac{c}{n-1} = p = \frac{2m}{n(n-1)}$.
 - Veja que se $m = O(n)$, então C_i tende a ser um valor muito pequeno!
- **Diâmetro** do grafo: $A + \frac{\ln n}{\ln c}$, onde A é uma constante. O **diâmetro** é pequeno!

Redes dinâmicas: grafos aleatórios

Resumo:

- 1 Os **graus** dos vértices são **similares** uns aos outros;

Redes dinâmicas: grafos aleatórios

Resumo:

- 1 Os **graus** dos vértices são **similares** uns aos outros;
- 2 Os **coeficientes de clusterização** são **baixos**;

Redes dinâmicas: grafos aleatórios

Resumo:

- 1 Os **graus** dos vértices são **similares** uns aos outros;
- 2 Os **coeficientes de clusterização** são **baixos**;
- 3 O **diâmetro** do grafo é relativamente **pequeno**.

Redes dinâmicas: grafos aleatórios

Resumo:

- 1 Os **graus** dos vértices são **similares** uns aos outros;
- 2 Os **coeficientes de clusterização** são **baixos**;
- 3 O **diâmetro** do grafo é relativamente **pequeno**.

Veremos posteriormente que **apenas a terceira** característica dos grafos aleatórios (**diâmetro pequeno**) ocorre de fato em redes reais!

Redes dinâmicas: modelo BA

Modelo de **conexão preferencial**, ou modelo Barabási-Albert (BA)

Características do modelo:

- É **estocástico e populacional**: queremos saber como evolui a estrutura a partir de um tipo específico de comportamento dos vértices: a **conexão preferencial**.

Redes dinâmicas: modelo BA

Modelo de **conexão preferencial**, ou modelo Barabási-Albert (BA)

Características do modelo:

- É **estocástico e populacional**: queremos saber como evolui a estrutura a partir de um tipo específico de comportamento dos vértices: a **conexão preferencial**.
- Ideia da **conexão preferencial**: quanto **maior** o grau (“popularidade”) do nó, **maior** é a chance de ele receber novas arestas, e mais rápido esse grau aumentará.

Redes dinâmicas: modelo BA

Modelo de **conexão preferencial**, ou modelo Barabási-Albert (BA)

Características do modelo:

- É **estocástico e populacional**: queremos saber como evolui a estrutura a partir de um tipo específico de comportamento dos vértices: a **conexão preferencial**.
- Ideia da **conexão preferencial**: quanto **maior** o grau (“popularidade”) do nó, **maior** é a chance de ele receber novas arestas, e mais rápido esse grau aumentará.
- A **conexão preferencial** é conhecida por diversos outros nomes:
 - Vantagem acumulada;

Redes dinâmicas: modelo BA

Modelo de **conexão preferencial**, ou modelo Barabási-Albert (BA)

Características do modelo:

- É **estocástico e populacional**: queremos saber como evolui a estrutura a partir de um tipo específico de comportamento dos vértices: a **conexão preferencial**.
- Ideia da **conexão preferencial**: quanto **maior** o grau (“popularidade”) do nó, **maior** é a chance de ele receber novas arestas, e mais rápido esse grau aumentará.
- A **conexão preferencial** é conhecida por diversos outros nomes:
 - Vantagem acumulada;
 - Efeito Matthew/Mateus: *O rico fica mais rico e o pobre fica mais pobre.*
(Embora o efeito descrito nessa última frase não descreve o indicado no modelo.)

Redes dinâmicas: modelo BA

O modelo Barabási-Albert de **conexão preferencial** gera redes **livres de escala**.

- **Lembrando**: em **grafos aleatórios**, os graus dos vértices são **similares** entre si.

Redes dinâmicas: modelo BA

O modelo Barabási-Albert de **conexão preferencial** gera redes **livres de escala**.

- **Lembrando**: em **grafos aleatórios**, os graus dos vértices são **similares** entre si.
- As redes **livres de escala** (*scale-free*) possuem uma série de características que não dependem do **tamanho** (escala) da rede, entre elas a **frequência** de nós cujo grau é **várias vezes maior** do que a média.

Redes dinâmicas: modelo BA

O modelo Barabási-Albert de **conexão preferencial** gera redes **livres de escala**.

- **Lembrando**: em **grafos aleatórios**, os graus dos vértices são **similares** entre si.
- As redes **livres de escala** (*scale-free*) possuem uma série de características que não dependem do **tamanho** (escala) da rede, entre elas a **frequência** de nós cujo grau é **várias vezes maior** do que a média.
- Em redes livres de escala os vértices cujo **grau é muito maior do que a média** são relativamente comuns (ocorrem com determinada frequência, e não são exceções). Este é o caso de muitas redes reais!

Redes dinâmicas: modelo BA

- O modelo Barabási-Albert de **conexão preferencial** gera redes **livres de escala**.
- **Lembrando**: em **grafos aleatórios**, os graus dos vértices são **similares** entre si.
 - As redes **livres de escala** (*scale-free*) possuem uma série de características que não dependem do **tamanho** (escala) da rede, entre elas a **frequência** de nós cujo grau é **várias vezes maior** do que a média.
 - Em redes livres de escala os vértices cujo **grau é muito maior do que a média** são relativamente comuns (ocorrem com determinada frequência, e não são exceções). Este é o caso de muitas redes reais!
 - A **estrutura** das redes livres de escala tem uma importante característica chamada **autossimilaridade** (a mesma dos fractais).

Redes dinâmicas: modelo BA

O modelo Barabási-Albert de **conexão preferencial** gera redes **livres de escala**.

- **Lembrando**: em **grafos aleatórios**, os graus dos vértices são **similares** entre si.
- As redes **livres de escala** (*scale-free*) possuem uma série de características que não dependem do **tamanho** (escala) da rede, entre elas a **frequência** de nós cujo grau é **várias vezes maior** do que a média.
- Em redes livres de escala os vértices cujo **grau é muito maior do que a média** são relativamente comuns (ocorrem com determinada frequência, e não são exceções). Este é o caso de muitas redes reais!
- A **estrutura** das redes livres de escala tem uma importante característica chamada **autossimilaridade** (a mesma dos fractais). → Curva de Koch

Redes dinâmicas: modelos de mundo pequeno

Redes de **mundo pequeno** ou modelo de Watts-Strogatz (WS)

Características do modelo:

- É um modelo **estocástico e estrutural**: quais regras podem levar a grafos com **alto coeficiente de clusterização** e **distâncias médias pequenas**?

Redes dinâmicas: modelos de mundo pequeno

Redes de **mundo pequeno** ou modelo de Watts-Strogatz (WS)

Características do modelo:

- É um modelo **estocástico e estrutural**: quais regras podem levar a grafos com **alto coeficiente de clusterização** e **distâncias médias pequenas**?
- Diferentemente dos dois modelos anteriores, o dos grafos aleatórios e o modelo BA, ele apresenta um nível significativo de cumprimento do **fecho triádico** nas suas relações, avaliado pelo **coeficiente de clusterização**.

Redes dinâmicas: modelos de mundo pequeno

O modelo de Watts-Strogatz (WS) gera redes de **mundo pequeno**:

- A distância média entre nós escolhidos aleatoriamente na rede é **pequena**: daí que vem o termo **mundo pequeno** (*small-world*).

Redes dinâmicas: modelos de mundo pequeno

O modelo de Watts-Strogatz (WS) gera redes de **mundo pequeno**:

- A distância média entre nós escolhidos aleatoriamente na rede é **pequena**: daí que vem o termo **mundo pequeno** (*small-world*).
- Como vimos, as redes aleatórias também cumprem com essa propriedade, mas são um modelo muito pouco realístico!

Redes dinâmicas: modelos de mundo pequeno

O modelo de Watts-Strogatz (WS) gera redes de **mundo pequeno**:

- A distância média entre nós escolhidos aleatoriamente na rede é **pequena**: daí que vem o termo **mundo pequeno** (*small-world*).
- Como vimos, as redes aleatórias também cumprem com essa propriedade, mas são um modelo muito pouco realístico!
- Este modelo possui **duas das três** mais importantes propriedades das redes reais: alto coeficiente de clusterização e distâncias médias pequenas, mas não possui uma distribuição de graus realística.

Redes dinâmicas: modelos epidêmicos

Modelos **epidêmicos**

Características dos modelos:

- São vários modelos, todos eles **estocásticos**.

Redes dinâmicas: modelos epidêmicos

Modelos **epidêmicos**

Características dos modelos:

- São vários modelos, todos eles **estocásticos**.
- Os possíveis **estados** dos vértices nos modelos são, tipicamente:
 - **Suscetível, Infectado, Recuperado** (modelo **SIR**).
 - Há mais modelos com outros estados possíveis: vacinado, falecido, etc.

Redes dinâmicas: modelos epidêmicos

Modelos **epidêmicos**

Características dos modelos:

- São vários modelos, todos eles **estocásticos**.
- Os possíveis **estados** dos vértices nos modelos são, tipicamente:
 - **Suscetível, Infectado, Recuperado** (modelo **SIR**).
 - Há mais modelos com outros estados possíveis: vacinado, falecido, etc.
- Os vértices podem **transitar** entre os estados (e.g., do **suscetível** para **infectado**, do **infectado** para **recuperado**) com determinadas probabilidades.

Redes dinâmicas: modelos epidêmicos

Modelos **epidêmicos**

Características dos modelos:

- São vários modelos, todos eles **estocásticos**.
- Os possíveis **estados** dos vértices nos modelos são, tipicamente:
 - **Suscetível, Infectado, Recuperado** (modelo **SIR**).
 - Há mais modelos com outros estados possíveis: vacinado, falecido, etc.
- Os vértices podem **transitar** entre os estados (e.g., do **suscetível** para **infectado**, do **infectado** para **recuperado**) com determinadas probabilidades.
- A chance de um vértice suscetível ficar **infectado** a partir de um vértice vizinho já infectado é chamada de **taxa de transmissão**, e é uma propriedade da “doença”.

Redes dinâmicas: Teoria de Jogos

Modelos baseados na **Teoria de Jogos**

Características dos modelos:

- São **determinísticos** e **estruturais** (embora há estocásticos também).

Redes dinâmicas: Teoria de Jogos

Modelos baseados na **Teoria de Jogos**

Características dos modelos:

- São **determinísticos** e **estruturais** (embora há estocásticos também).
- Cada vértice “representa” um **jogador**, e existe um conjunto finito **A** de **ações**.

Redes dinâmicas: Teoria de Jogos

Modelos baseados na **Teoria de Jogos**

Características dos modelos:

- São **determinísticos** e **estruturais** (embora há estocásticos também).
- Cada vértice “representa” um **jogador**, e existe um conjunto finito A de **ações**.
- Cada **jogador** precisa escolher uma **ação** $a \in A$ chamada estratégia.

Redes dinâmicas: Teoria de Jogos

Modelos baseados na **Teoria de Jogos**

Características dos modelos:

- São **determinísticos** e **estruturais** (embora há estocásticos também).
- Cada vértice “representa” um **jogador**, e existe um conjunto finito A de **ações**.
- Cada **jogador** precisa escolher uma **ação** $a \in A$ chamada estratégia.
- Cada estratégia escolhida é um valor inicial do **atributo** associado ao vértice v_i .

Redes dinâmicas: Teoria de Jogos

Modelos baseados na **Teoria de Jogos**

Características dos modelos:

- São **determinísticos** e **estruturais** (embora há estocásticos também).
- Cada vértice “representa” um **jogador**, e existe um conjunto finito A de **ações**.
- Cada **jogador** precisa escolher uma **ação** $a \in A$ chamada estratégia.
- Cada estratégia escolhida é um valor inicial do **atributo** associado ao vértice v_i .
- No início, todos os jogadores escolhem as suas estratégias iniciais $a_i(t = 0) \in A$.

Redes dinâmicas: Teoria de Jogos

- Existe uma função $u_i : A \times A^{k_i} \rightarrow \mathbb{R}$ que atribui um valor de **utilidade** $u_i(t)$ a cada um dos vértices v_i , onde k_i é o grau de v_i .

Redes dinâmicas: Teoria de Jogos

- Existe uma função $u_i : A \times A^{k_i} \rightarrow \mathbb{R}$ que atribui um valor de **utilidade** $u_i(t)$ a cada um dos vértices v_i , onde k_i é o grau de v_i .
 - Tipicamente, u_i é definida de forma igual ou semelhante para todo $v_i \in V$, exceto pelas diferenças no grau.

Redes dinâmicas: Teoria de Jogos

- Existe uma função $u_i : A \times A^{k_i} \rightarrow \mathbb{R}$ que atribui um valor de **utilidade** $u_i(t)$ a cada um dos vértices v_i , onde k_i é o grau de v_i .
 - Tipicamente, u_i é definida de forma igual ou semelhante para todo $v_i \in V$, exceto pelas diferenças no grau.
- A cada momento durante a execução, a função u_i possui um valor específico que **depende** das ações de v_i e de todos os seus vizinhos naquele momento. Em cada passo, o objetivo do jogador v_i é **maximizar** essa função u_i , **dadas as estratégias** dos seus vizinhos.

Redes dinâmicas: Teoria de Jogos

- Existe uma função $u_i : A \times A^{k_i} \rightarrow \mathbb{R}$ que atribui um valor de **utilidade** $u_i(t)$ a cada um dos vértices v_i , onde k_i é o grau de v_i .
 - Tipicamente, u_i é definida de forma igual ou semelhante para todo $v_i \in V$, exceto pelas diferenças no grau.
- A cada momento durante a execução, a função u_i possui um valor específico que **depende** das ações de v_i e de todos os seus vizinhos naquele momento. Em cada passo, o objetivo do jogador v_i é **maximizar** essa função u_i , **dadas as estratégias** dos seus vizinhos.
- Um dos objetivos dos estudos é encontrar o **equilíbrio de Nash**: quando, em um jogo de dois ou mais jogadores, nenhum jogador v_i pode melhorar o seu resultado u_i mudando de estratégia, considerando fixas as estratégias dos outros jogadores.

Redes dinâmicas

Em modelos de redes dinâmicas, tudo é **mais complexo**:

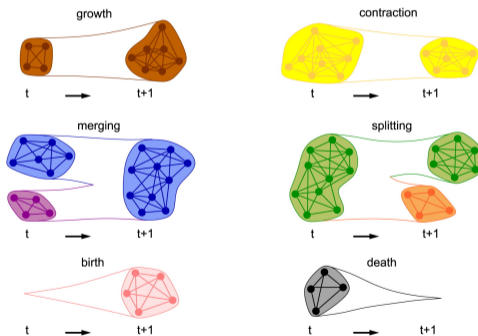
- **Clusterização**: muda o tempo todo;
- **Centralidades**: mudam o tempo todo;
- **Comunidades**: mudam o tempo todo;

Redes dinâmicas

Em modelos de redes dinâmicas, tudo é **mais complexo**:

- **Clusterização**: muda o tempo todo;
- **Centralidades**: mudam o tempo todo;
- **Comunidades**: mudam o tempo todo;

Exemplo de problemas em redes dinâmicas:
detecção de comunidades dinâmicas.



Material bibliográfico

M. Newman: “Networks: An Introduction” (2010).

M. O. Jackson: “Games on Networks” (2015).

Dúvidas?