

Introdução às Redes de Interação – MO804 (MC908)

Modelos epidêmicos: doenças e boatos

Prof. Dr. Ruben Interian

Instituto de Computação, UNICAMP

Resumo

- 1 Objetivo
- 2 Modelos epidêmicos
- 3 Modelos epidêmicos em redes

Resumo

- 1 Objetivo
- 2 Modelos epidêmicos
- 3 Modelos epidêmicos em redes

Objetivo

- Estudar as características dos **modelos epidêmicos** de doenças e boatos em redes que os transmitem.

Resumo

- 1 Objetivo
- 2 Modelos epidêmicos**
- 3 Modelos epidêmicos em redes

Modelos epidêmicos

As **epidemias** tiveram um impacto significativo na historia da humanidade:

Modelos epidêmicos

As **epidemias** tiveram um impacto significativo na historia da humanidade:

- No século XIV, uma epidemia de **peste bubônica** (ou peste negra) matou mais de 20% da população da Europa. Sem tratamento, a doença causava a morte de entre 30% a 90% das pessoas infectadas.

Modelos epidêmicos

As **epidemias** tiveram um impacto significativo na historia da humanidade:

- No século XIV, uma epidemia de **peste bubônica** (ou peste negra) matou mais de 20% da população da Europa. Sem tratamento, a doença causava a morte de entre 30% a 90% das pessoas infectadas.
- Doenças trazidas pelos europeus (varíola, sarampo, malária) devastaram numerosas **populações nativas** após a descoberta das Américas.

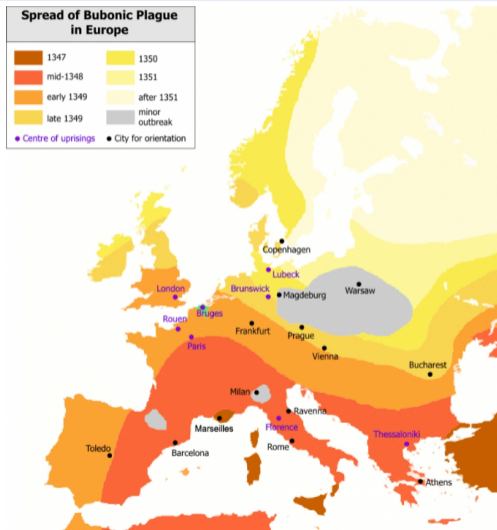
Modelos epidêmicos

As **epidemias** tiveram um impacto significativo na historia da humanidade:

- No século XIV, uma epidemia de **peste bubônica** (ou peste negra) matou mais de 20% da população da Europa. Sem tratamento, a doença causava a morte de entre 30% a 90% das pessoas infectadas.
- Doenças trazidas pelos europeus (varíola, sarampo, malária) devastaram numerosas **populações nativas** após a descoberta das Américas.

No inicio do século XX, surgiram os **modelos epidêmicos**, que posteriormente ajudaram a entender e controlar algumas epidemias.

Modelos epidêmicos



Modelos epidêmicos: Exemplos

Fenômeno	Agente	Rede de propagação
Peste bubônica	Bactéria <i>Yersinia pestis</i>	Contatos próximos
Malária	Plasmódio (parasita)	Rede mosquito-humano
Boatos	Informação, memes	Redes de comunicação
Difusão de inovações	Ideias, conhecimento	Redes de comunicação
Vírus de computador	Software malicioso	Internet

Modelos epidêmicos

Modelos **epidêmicos**

Características dos modelos epidêmicos:

Modelos epidêmicos

Modelos **epidêmicos**

Características dos modelos epidêmicos:

- Há diversos modelos, com diferentes **graus de complexidade**.

Modelos epidêmicos

Modelos epidêmicos

Características dos modelos epidêmicos:

- Há diversos modelos, com diferentes **graus de complexidade**.
- Historicamente, eles são chamados de **modelos compartimentais**: os compartimentos são conjuntos de indivíduos no mesmo estado da doença.

Modelos epidêmicos

Modelos epidêmicos

Características dos modelos epidêmicos:

- Há diversos modelos, com diferentes **graus de complexidade**.
- Historicamente, eles são chamados de **modelos compartimentais**: os compartimentos são conjuntos de indivíduos no mesmo estado da doença.
- Nos modelos básicos **SI** e **SIR**, há **2-3** compartimentos: **Suscetível**, **Infectado** e (talvez) **Recuperado**. Há modelos com outros estados: vacinado, falecido, etc.

Modelos epidêmicos

Modelos epidêmicos

Características dos modelos epidêmicos:

- Há diversos modelos, com diferentes **graus de complexidade**.
- Historicamente, eles são chamados de **modelos compartimentais**: os compartimentos são conjuntos de indivíduos no mesmo estado da doença.
- Nos modelos básicos **SI** e **SIR**, há **2-3** compartimentos: **Suscetível**, **Infectado** e (talvez) **Recuperado**. Há modelos com outros estados: vacinado, falecido, etc.
- Em cada grupo, podemos considerar o número, ou a **proporção** de indivíduos que estão naquele estado.

Modelos epidêmicos

Os modelos básicos **não consideram a rede** de interações entre indivíduos, dentro da qual ocorre a transmissão da “doença”.

Modelos epidêmicos

Os modelos básicos **não consideram a rede** de interações entre indivíduos, dentro da qual ocorre a transmissão da “doença”.

- Por isso, muitos detalhes são **negligenciados**:

Modelos epidêmicos

Os modelos básicos **não consideram a rede** de interações entre indivíduos, dentro da qual ocorre a transmissão da “doença”.

- Por isso, muitos detalhes são **negligenciados**:
 - **Diferenças** na forma como os indivíduos reagem à doença;

Modelos epidêmicos

Os modelos básicos **não consideram a rede** de interações entre indivíduos, dentro da qual ocorre a transmissão da “doença”.

- Por isso, muitos detalhes são **negligenciados**:
 - **Diferenças** na forma como os indivíduos reagem à doença;
 - O fato de existir alguns **indivíduos que possuem muitas conexões** e, portanto, têm mais chance de espalhar a doença (**superspreaders**). Lembrem da **regra 80/20**.

Modelos epidêmicos

Os modelos básicos **não consideram a rede** de interações entre indivíduos, dentro da qual ocorre a transmissão da “doença”.

- Por isso, muitos detalhes são **negligenciados**:
 - **Diferenças** na forma como os indivíduos reagem à doença;
 - O fato de existir alguns **indivíduos que possuem muitas conexões** e, portanto, têm mais chance de espalhar a doença (**superspreaders**). Lembrem da **regra 80/20**.
 - Entre muitas outras!

Modelos epidêmicos

Os modelos básicos **não consideram a rede** de interações entre indivíduos, dentro da qual ocorre a transmissão da “doença”.

- Por isso, muitos detalhes são **negligenciados**:
 - **Diferenças** na forma como os indivíduos reagem à doença;
 - O fato de existir alguns **indivíduos que possuem muitas conexões** e, portanto, têm mais chance de espalhar a doença (**superspreaders**). Lembrem da **regra 80/20**.
 - Entre muitas outras!
- Apesar disso, durante muito tempo esta simplificação mostrou-se útil.

Modelos epidêmicos

Os modelos básicos **não consideram a rede** de interações entre indivíduos, dentro da qual ocorre a transmissão da “doença”.

- Por isso, muitos detalhes são **negligenciados**:
 - **Diferenças** na forma como os indivíduos reagem à doença;
 - O fato de existir alguns **indivíduos que possuem muitas conexões** e, portanto, têm mais chance de espalhar a doença (**superspreaders**). Lembrem da **regra 80/20**.
 - Entre muitas outras!
- Apesar disso, durante muito tempo esta simplificação mostrou-se útil.
(**Atenção:** *The world is changed!*)

Modelos epidêmicos

Vamos definir **3** variáveis: S , I e R , que se referem ao número (ou fração) dos indivíduos em uma população de tamanho N , que estão:

Modelos epidêmicos

Vamos definir **3** variáveis: S , I e R , que se referem ao número (ou fração) dos indivíduos em uma população de tamanho N , que estão:

- **Suscetíveis** (à doença) – S ,

Modelos epidêmicos

Vamos definir **3** variáveis: S , I e R , que se referem ao número (ou fração) dos indivíduos em uma população de tamanho N , que estão:

- **Suscetíveis** (à doença) – S ,
- **Infectados** (pela doença) – I ,

Modelos epidêmicos

Vamos definir **3** variáveis: S , I e R , que se referem ao número (ou fração) dos indivíduos em uma população de tamanho N , que estão:

- **Suscetíveis** (à doença) – S ,
- **Infectados** (pela doença) – I ,
- **Recuperados** (da doença) – R .

Modelos epidêmicos

Vamos definir **3** variáveis: S , I e R , que se referem ao número (ou fração) dos indivíduos em uma população de tamanho N , que estão:

- **Suscetíveis** (à doença) – S ,
- **Infectados** (pela doença) – I ,
- **Recuperados** (da doença) – R .

Como o estado da população muda no tempo, cada uma das variáveis S , I e R terão um valor em cada momento do tempo t : serão **funções** $S(t)$, $I(t)$ e $R(t)$.

Modelos epidêmicos

Nos modelos mais simples **SI**, omitimos nascimentos e mortes naturais: supomos que a população N é constante, e $S + I = 1$ a cada momento. Os indivíduos podem **transitar** entre os grupos: o indivíduo pode deixar o grupo suscetível e se infectar.

Modelos epidêmicos

Nos modelos mais simples **SI**, omitimos nascimentos e mortes naturais: supomos que a população N é constante, e $S + I = 1$ a cada momento. Os indivíduos podem **transitar** entre os grupos: o indivíduo pode deixar o grupo suscetível e se infectar.



Modelos epidêmicos

Nos modelos mais simples **SI**, omitimos nascimentos e mortes naturais: supomos que a população N é constante, e $S + I = 1$ a cada momento. Os indivíduos podem **transitar** entre os grupos: o indivíduo pode deixar o grupo suscetível e se infectar.



Este modelo é muito **pouco realista**: os indivíduos infectados continuam espalhando a doença indefinidamente.

Modelos epidêmicos

No modelo **SIR**, omitimos nascimentos e mortes naturais: supomos que a população N é constante, e $S + I + R = 1$ a cada momento. Os indivíduos podem **transitar** entre os grupos: a única forma de alguém deixar o grupo suscetível é se infectar, a única forma de alguém deixar o grupo infectado é se recuperar.



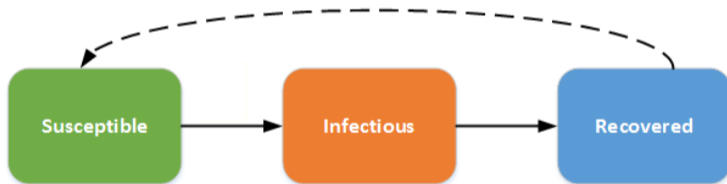
Modelos epidêmicos

No modelo **SIR**, omitimos nascimentos e mortes naturais: supomos que a população N é constante, e $S + I + R = 1$ a cada momento. Os indivíduos podem **transitar** entre os grupos: a única forma de alguém deixar o grupo suscetível é se infectar, a única forma de alguém deixar o grupo infectado é se recuperar.



Modelos epidêmicos

No modelo **SIR**, omitimos nascimentos e mortes naturais: supomos que a população N é constante, e $S + I + R = 1$ a cada momento. Os indivíduos podem **transitar** entre os grupos: a única forma de alguém deixar o grupo suscetível é se infectar, a única forma de alguém deixar o grupo infectado é se recuperar.



A **velocidade da propagação** é o número de pessoas que passaram do grupo Suscetíveis para Infectados em um dado período de tempo.

Modelos epidêmicos

A velocidade da propagação é proporcional ao produto $S \cdot I$.

Modelos epidêmicos

A velocidade da propagação é proporcional ao produto $S \cdot I$.

Intuição por trás dessa ideia:

- Simplificando, assumimos que a doença se espalha por meio de **interações aleatórias** de pessoas suscetíveis e infectadas.

Modelos epidêmicos

A velocidade da propagação é proporcional ao produto $S \cdot I$.

Intuição por trás dessa ideia:

- Simplificando, assumimos que a doença se espalha por meio de **interações aleatórias** de pessoas suscetíveis e infectadas.
- Cada indivíduo tem uma certa chance fixa de entrar em contato com qualquer outro indivíduo. Se $I = 0$, ou $S = 0$, não há transmissão.

Modelos epidêmicos

A velocidade da propagação é proporcional ao produto $S \cdot I$.

Intuição por trás dessa ideia:

- Simplificando, assumimos que a doença se espalha por meio de **interações aleatórias** de pessoas suscetíveis e infectadas.
- Cada indivíduo tem uma certa chance fixa de entrar em contato com qualquer outro indivíduo. Se $I = 0$, ou $S = 0$, não há transmissão.
- Fixando S , quanto mais Infectados no momento t , mais novos Infectados haverá no momento $t + 1$. Fixando I , quanto mais Suscetíveis no momento t , mais Infectados no momento $t + 1$.

Modelos epidêmicos

A velocidade da propagação é proporcional ao produto $S \cdot I$.

Intuição por trás dessa ideia:

- Simplificando, assumimos que a doença se espalha por meio de **interações aleatórias** de pessoas suscetíveis e infectadas.
- Cada indivíduo tem uma certa chance fixa de entrar em contato com qualquer outro indivíduo. Se $I = 0$, ou $S = 0$, não há transmissão.
- Fixando S , quanto mais Infectados no momento t , mais novos Infectados haverá no momento $t + 1$. Fixando I , quanto mais Suscetíveis no momento t , mais Infectados no momento $t + 1$.

$$\frac{dS}{dt} = -\beta SI \quad (1)$$

Modelos epidêmicos

A velocidade da propagação é proporcional ao produto $S \cdot I$.

Intuição por trás dessa ideia:

- Simplificando, assumimos que a doença se espalha por meio de **interações aleatórias** de pessoas suscetíveis e infectadas.
- Cada indivíduo tem uma certa chance fixa de entrar em contato com qualquer outro indivíduo. Se $I = 0$, ou $S = 0$, não há transmissão.
- Fixando S , quanto mais Infectados no momento t , mais novos Infectados haverá no momento $t + 1$. Fixando I , quanto mais Suscetíveis no momento t , mais Infectados no momento $t + 1$.

$$\frac{dS}{dt} = -\beta SI \quad (1)$$

β : número médio de contatos infecciosos de uma pessoa por unidade de tempo.

Modelos epidêmicos

- Como varia o **número de infectados**?

Modelos epidêmicos

- Como varia o **número de infectados**? É a soma dos **novos infectados** (o termo βSI), **menos** aqueles que se recuperaram.

Modelos epidêmicos

- Como varia o **número de infectados**? É a soma dos **novos infectados** (o termo βSI), **menos** aqueles que se recuperaram.
- Os indivíduos infectados se recuperam a uma taxa γ : subtraímos γI recuperados.

Modelos epidêmicos

- Como varia o **número de infectados**? É a soma dos **novos infectados** (o termo βSI), **menos** aqueles que se recuperaram.
- Os indivíduos infectados se recuperam a uma taxa γ : subtraímos γI recuperados.

$$\frac{dI}{dt} = \beta SI - \gamma I \quad (2)$$

Modelos epidêmicos

- Como varia o **número de infectados**? É a soma dos **novos infectados** (o termo βSI), **menos** aqueles que se recuperaram.
- Os indivíduos infectados se recuperam a uma taxa γ : subtraímos γI recuperados.

$$\frac{dI}{dt} = \beta SI - \gamma I \quad (2)$$

- A quantidade de pessoas recuperadas, por unidade de tempo, é **proporcional** às infectadas. Isto é equivalente à suposição de que o tempo gasto por um indivíduo em estado infectado é uma variável aleatória com distribuição exponencial.

Modelos epidêmicos

- Quantos **novos recuperados** haverá?

Modelos epidêmicos

- Quantos **novos recuperados** haverá? Ver o termo γI em (2).

Modelos epidêmicos

- Quantos **novos recuperados** haverá? Ver o termo γI em (2).

$$\frac{dR}{dt} = \gamma I \quad (3)$$

Modelos epidêmicos

- Quantos **novos recuperados** haverá? Ver o termo γI em (2).

$$\frac{dR}{dt} = \gamma I \quad (3)$$

- Uma vez que uma pessoa se recuperou, ela não é mais suscetível (é imune).

Modelos epidêmicos

- Quantos **novos recuperados** haverá? Ver o termo γI em (2).

$$\frac{dR}{dt} = \gamma I \quad (3)$$

- Uma vez que uma pessoa se recuperou, ela não é mais suscetível (é imune).
- Na verdade, R não inclui apenas os **Recuperados**, mas também os **falecidos** (“**Removidos**”), pois eles também não podem ficar suscetíveis ou infectados. A propagação **não depende** do estado específico no qual o indivíduo ficou!

Modelos epidêmicos

- Quantos **novos recuperados** haverá? Ver o termo γI em (2).

$$\frac{dR}{dt} = \gamma I \quad (3)$$

- Uma vez que uma pessoa se recuperou, ela não é mais suscetível (é imune).
- Na verdade, R não inclui apenas os **Recuperados**, mas também os **falecidos** (“**Removidos**”), pois eles também não podem ficar suscetíveis ou infectados. A propagação **não depende** do estado específico no qual o indivíduo ficou!
- Pelo fato de termos $S + I + R = 1$, a terceira equação pode ser obtida a partir das primeiras duas.

Modelos epidêmicos

- Quantos **novos recuperados** haverá? Ver o termo γI em (2).

$$\frac{dR}{dt} = \gamma I \quad (3)$$

- Uma vez que uma pessoa se recuperou, ela não é mais suscetível (é imune).
- Na verdade, R não inclui apenas os **Recuperados**, mas também os **falecidos** (“**Removidos**”), pois eles também não podem ficar suscetíveis ou infectados. A propagação **não depende** do estado específico no qual o indivíduo ficou!
- Pelo fato de termos $S + I + R = 1$, a terceira equação pode ser obtida a partir das primeiras duas.
- Se ninguém se recupera :- (, no caso $\gamma = 0$, o modelo **SIR** se reduz para um modelo ainda mais simples, **SI**.

Modelos epidêmicos

Resumo: o modelo **SIR** é representado pelo sistema de equações diferenciais ordinárias:

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} &= -\beta SI \\ \frac{dI}{dt} &= \beta SI - \gamma I \\ \frac{dR}{dt} &= \gamma I \end{cases}$$

Modelos epidêmicos

Resumo: o modelo **SIR** é representado pelo sistema de equações diferenciais ordinárias:

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} &= -\beta SI \\ \frac{dI}{dt} &= \beta SI - \gamma I \\ \frac{dR}{dt} &= \gamma I \end{cases}$$

Solução: Quando ocorre a propagação da epidemia?

Modelos epidêmicos

Resumo: o modelo **SIR** é representado pelo sistema de equações diferenciais ordinárias:

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} &= -\beta SI \\ \frac{dI}{dt} &= \beta SI - \gamma I \\ \frac{dR}{dt} &= \gamma I \end{cases}$$

Solução: Quando ocorre a propagação da epidemia?

Se e somente se $\frac{dI}{dt} \geq 0$, ou seja, se $\beta SI - \gamma I = (\beta S - \gamma)I \geq 0$. Isto é equivalente à condição $\beta S - \gamma \geq 0$, ou $S \geq \frac{\gamma}{\beta}$.

Modelos epidêmicos

$$s \geq \frac{\gamma}{\beta}$$

Modelos epidêmicos

$$S \geq \frac{\gamma}{\beta}$$

Vamos supor que no início $S \approx 1$ (toda a população é **Suscetível**, exceto 1 indivíduo).
Então a propagação da epidemia ocorre apenas se:

$$1 \geq \frac{\gamma}{\beta},$$

Modelos epidêmicos

$$S \geq \frac{\gamma}{\beta}$$

Vamos supor que no início $S \approx 1$ (toda a população é **Suscetível**, exceto 1 indivíduo).
Então a propagação da epidemia ocorre apenas se:

$$1 \geq \frac{\gamma}{\beta},$$

$$\frac{\beta}{\gamma} \geq 1.$$

Modelos epidêmicos

$$S \geq \frac{\gamma}{\beta}$$

Vamos supor que no início $S \approx 1$ (toda a população é **Suscetível**, exceto 1 indivíduo).
Então a propagação da epidemia ocorre apenas se:

$$1 \geq \frac{\gamma}{\beta},$$

$$\frac{\beta}{\gamma} \geq 1.$$

Este valor, $\frac{\beta}{\gamma}$, é geralmente chamado de **número básico de reprodução**, ou R_0 .

Modelos epidêmicos

Interpretação do $R_0 = \frac{\beta}{\gamma} = \beta \frac{1}{\gamma}$, número básico de reprodução:

R_0 é a quantidade que indica, na média, quantas pessoas consegue contaminar um indivíduo infectado, durante o período $\approx \frac{1}{\gamma}$ no qual ele está infectado.

Modelos epidêmicos

Interpretação do $R_0 = \frac{\beta}{\gamma} = \beta \frac{1}{\gamma}$, número básico de reprodução:

R_0 é a quantidade que indica, na média, quantas pessoas consegue contaminar um indivíduo infectado, durante o período $\approx \frac{1}{\gamma}$ no qual ele está infectado.

No modelo:

- Se $R_0 < 1$, não há propagação;

Modelos epidêmicos

Interpretação do $R_0 = \frac{\beta}{\gamma} = \beta \frac{1}{\gamma}$, número básico de reprodução:

R_0 é a quantidade que indica, na média, quantas pessoas consegue contaminar um indivíduo infectado, durante o período $\approx \frac{1}{\gamma}$ no qual ele está infectado.

No modelo:

- Se $R_0 < 1$, não há propagação;
- Se $R_0 > 1$, a propagação **ocorre**, eventualmente infectando a toda a população.

Modelos epidêmicos

Solução:

- Diferentemente dos modelos simplistas ainda mais elementares (**SI**, **SIS**), o modelo **SIR** não possui expressão fechada para as funções S , I , R .

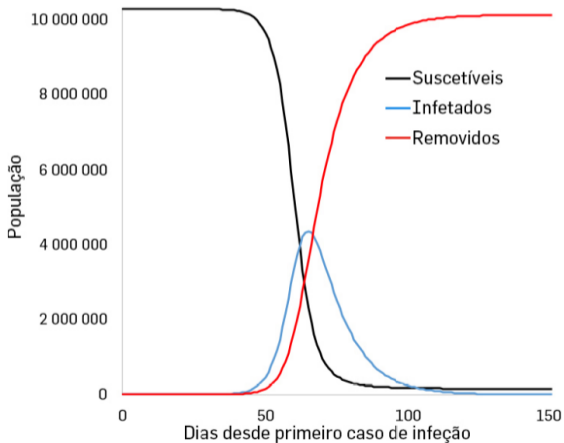
Modelos epidêmicos

Solução:

- Diferentemente dos modelos simplistas ainda mais elementares (**SI**, **SIS**), o modelo **SIR** **não possui** expressão fechada para as funções **S**, **I**, **R**.
- Para um determinado conjunto de parâmetros, o modelo pode ser resolvido de forma aproximada (**numericamente**).

Modelos epidêmicos

Evolução de uma epidemia com $R_0 = 4$, população $N = 10$ milhões de habitantes:



Modelos epidêmicos

Suposições feitas na formulação do modelo:

Modelos epidêmicos

Suposições feitas na formulação do modelo:

- 1 O número de outros indivíduos com os quais uma determinada pessoa faz contato por unidade de tempo é **igual** ou parecido para todos os indivíduos.

Modelos epidêmicos

Suposições feitas na formulação do modelo:

- 1 O número de outros indivíduos com os quais uma determinada pessoa faz contato por unidade de tempo é **igual** ou parecido para todos os indivíduos.
- 2 Qualquer indivíduo pode entrar em contato com **qualquer outro** indivíduo.

Modelos epidêmicos

Suposições feitas na formulação do modelo:

- 1 O número de outros indivíduos com os quais uma determinada pessoa faz contato por unidade de tempo é **igual** ou parecido para todos os indivíduos.
- 2 Qualquer indivíduo pode entrar em contato com **qualquer outro** indivíduo.

As **epidemias reais** não se comportam exatamente como nesta curva pelas **falhas** nessas suposições iniciais:

Modelos epidêmicos

Suposições feitas na formulação do modelo:

- 1 O número de outros indivíduos com os quais uma determinada pessoa faz contato por unidade de tempo é **igual** ou parecido para todos os indivíduos.
- 2 Qualquer indivíduo pode entrar em contato com **qualquer outro** indivíduo.

As **epidemias reais** não se comportam exatamente como nesta curva pelas **falhas** nessas suposições iniciais:

- 1 As redes de contatos são frequentemente **livres de escala**, portanto, os graus dos nós variam muito.

Modelos epidêmicos

Suposições feitas na formulação do modelo:

- 1 O número de outros indivíduos com os quais uma determinada pessoa faz contato por unidade de tempo é **igual** ou parecido para todos os indivíduos.
- 2 Qualquer indivíduo pode entrar em contato com **qualquer outro** indivíduo.

As **epidemias reais** não se comportam exatamente como nesta curva pelas **falhas** nessas suposições iniciais:

- 1 As redes de contatos são frequentemente **livres de escala**, portanto, os graus dos nós variam muito.
- 2 Um indivíduo pode transmitir uma doença somente **para determinadas pessoas** com as quais ele possui vínculos.

Resumo

- 1 Objetivo
- 2 Modelos epidêmicos
- 3 Modelos epidêmicos em redes**

Modelos epidêmicos em redes

Modelos **epidêmicos** em redes

- Há epidemias com comportamento diverso (por exemplo, **cíclico**, em ondas de surtos), que não pode ser explicado pelos modelos clássicos.

Modelos epidêmicos em redes

Modelos **epidêmicos** em redes

- Há epidemias com comportamento diverso (por exemplo, **cíclico**, em ondas de surtos), que não pode ser explicado pelos modelos clássicos.
- O padrão de transmissão da epidemia em uma população depende **não apenas** do **patógeno**, o agente vivo ou **não vivo**: bactéria, vírus (informático?), boato, ideia.

Modelos epidêmicos em redes

Modelos **epidêmicos** em redes

- Há epidemias com comportamento diverso (por exemplo, **cíclico**, em ondas de surtos), que não pode ser explicado pelos modelos clássicos.
- O padrão de transmissão da epidemia em uma população depende **não apenas** do **patógeno**, o agente vivo ou **não vivo**: bactéria, vírus (informático?), boato, ideia.
- A transmissão depende, em grande medida, da **estrutura da rede** de interações da população. O ideal é considerar essa **estrutura**, quando ela é conhecida.

Modelos epidêmicos em redes

Modelos **epidêmicos** em redes

- Há epidemias com comportamento diverso (por exemplo, **cíclico**, em ondas de surtos), que não pode ser explicado pelos modelos clássicos.
- O padrão de transmissão da epidemia em uma população depende **não apenas** do **patógeno**, o agente vivo ou **não vivo**: bactéria, vírus (informático?), boato, ideia.
- A transmissão depende, em grande medida, da **estrutura da rede** de interações da população. O ideal é considerar essa **estrutura**, quando ela é conhecida.
- A população com a qual um indivíduo pode fazer contato já **não é igual** para todos os indivíduos!

Modelos epidêmicos em redes

Modelos **epidêmicos** em redes

- Mesmo quando a rede não é conhecida completamente, suas **características gerais** podem ser conhecidas (como a distribuição de graus).

Modelos epidêmicos em redes

Modelos **epidêmicos** em redes

- Mesmo quando a rede não é conhecida completamente, suas **características gerais** podem ser conhecidas (como a distribuição de graus).
- Os vértices podem **transitar** entre os estados (e.g., do **suscetível** para **infectado**, do **infectado** para **recuperado**) com determinadas probabilidades.

Modelos epidêmicos em redes

Modelos **epidêmicos** em redes

- Mesmo quando a rede não é conhecida completamente, suas **características gerais** podem ser conhecidas (como a distribuição de graus).
- Os vértices podem **transitar** entre os estados (e.g., do **suscetível** para **infectado**, do **infectado** para **recuperado**) com determinadas probabilidades.
- A chance p de um vértice suscetível ficar **infectado** a partir de um vértice vizinho já infectado (**taxa de transmissão**) é uma característica da “doença”.

Modelos epidêmicos em redes

Modelos **epidêmicos** em redes

- Mesmo quando a rede não é conhecida completamente, suas **características gerais** podem ser conhecidas (como a distribuição de graus).
- Os vértices podem **transitar** entre os estados (e.g., do **suscetível** para **infectado**, do **infectado** para **recuperado**) com determinadas probabilidades.
- A chance p de um vértice suscetível ficar **infectado** a partir de um vértice vizinho já infectado (**taxa de transmissão**) é uma característica da “doença”.
- Os modelos de equações diferenciais são inteiramente válidos apenas quando a estrutura da rede é **aleatória**.

Epidemias em árvores

Modelo **mais simples** possível: o processo de transmissão é representado por uma **árvore**.

Epidemias em árvores

Modelo **mais simples** possível: o processo de transmissão é representado por uma **árvore**.

- Escolhemos algum vértice inicial v chamado "**raiz**", que será o único vértice infectado no início.

Epidemias em árvores

Modelo **mais simples** possível: o processo de transmissão é representado por uma **árvore**.

- Escolhemos algum vértice inicial v chamado “**raiz**”, que será o único vértice infectado no início.
- A raiz v interage com k outros indivíduos (“primeira rodada”), cada um deles é infectado com probabilidade p .

Epidemias em árvores

Modelo **mais simples** possível: o processo de transmissão é representado por uma **árvore**.

- Escolhemos algum vértice inicial v chamado “**raiz**”, que será o único vértice infectado no início.
- A raiz v interage com k outros indivíduos (“primeira rodada”), cada um deles é infectado com probabilidade p .
- Cada um dos infectados na primeira rodada interage com k indivíduos **diferentes** (suposição do modelo), infectando eles com probabilidade p (“segunda rodada”).

Epidemias em árvores

Modelo **mais simples** possível: o processo de transmissão é representado por uma **árvore**.

- Escolhemos algum vértice inicial v chamado “**raiz**”, que será o único vértice infectado no início.
- A raiz v interage com k outros indivíduos (“primeira rodada”), cada um deles é infectado com probabilidade p .
- Cada um dos infectados na primeira rodada interage com k indivíduos **diferentes** (suposição do modelo), infectando eles com probabilidade p (“segunda rodada”).
- O processo se repete, sempre trazendo **pessoas novas** e a probabilidade de uma nova infecção é sempre p .

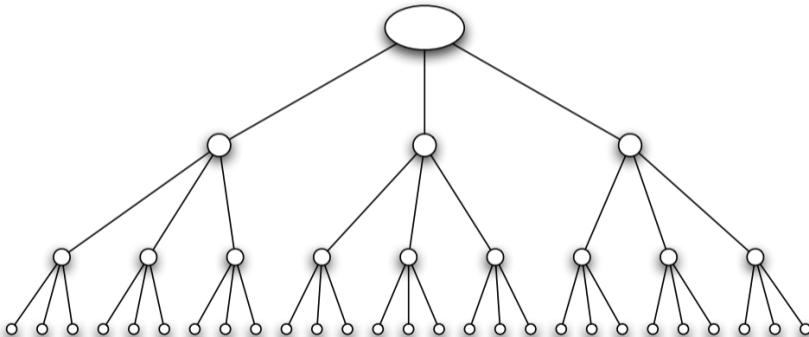
Epidemias em árvores

Modelo **mais simples** possível: o processo de transmissão é representado por uma **árvore**.

- Escolhemos algum vértice inicial v chamado “**raiz**”, que será o único vértice infectado no início.
- A raiz v interage com k outros indivíduos (“primeira rodada”), cada um deles é infectado com probabilidade p .
- Cada um dos infectados na primeira rodada interage com k indivíduos **diferentes** (suposição do modelo), infectando eles com probabilidade p (“segunda rodada”).
- O processo se repete, sempre trazendo **pessoas novas** e a probabilidade de uma nova infecção é sempre p .
- Adequado para o **início** do processo de propagação.

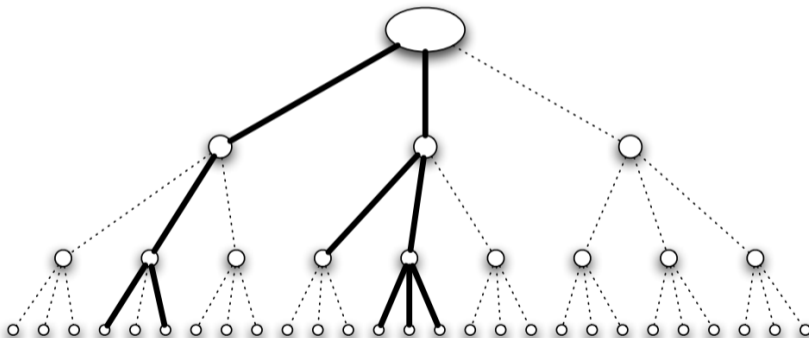
Epidemias em árvores

Estrutura da rede de contágio: $k = 3$.



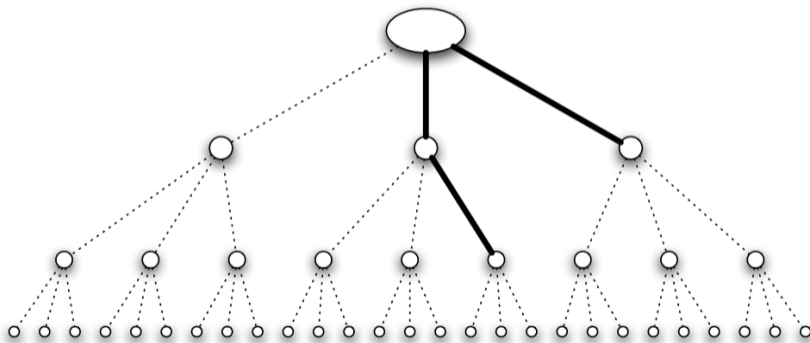
Epidemias em árvores

Estrutura da rede de contágio: $k = 3$. Epidemia agressiva ($p \approx \frac{1}{2}$).



Epidemias em árvores

Estrutura da rede de contágio: $k = 3$. Epidemia muito menos agressiva ($p \ll \frac{1}{2}$).



Epidemias em árvores

$$R_0 = p * k$$

Material bibliográfico

M. Keeling and K. Eames: “Networks and epidemic models” (2005).

Dúvidas

Dúvidas?