

Introdução às Redes de Interação – MO804 (MC908)

Vínculos fortes e fracos

Prof. Dr. Ruben Interian

Instituto de Computação, UNICAMP

Resumo

- 1 Objetivo
- 2 Vínculos fortes e fracos
- 3 Fecho triádico e coeficientes de clusterização
- 4 Arestas de corte locais
- 5 A importância dos vínculos fracos

Objetivo

- Estudar os modelos de redes com vínculos fortes e fracos.
- Entender a importância dos vínculos fracos.

Resumo

- 1 Objetivo
- 2 Vínculos fortes e fracos**
- 3 Fecho triádico e coeficientes de clusterização
- 4 Arestas de corte locais
- 5 A importância dos vínculos fracos

Vínculos fortes e fracos

Nas redes de interação, os vínculos podem ser mais ou menos fortes:

- Rede de chamadas telefônicas: número ou duração das chamadas realizadas.
- Rede de empresas e sócios: participação societária.
- Rede de pesquisadores: quantidade ou frequência das colaborações.
- Rede de transações: quantidade ou frequência das transações.
- Rede de interação de proteínas: constante de dissociação K_d (enquanto menor, mais forte a interação).

Vínculos fortes e fracos

Simplificando um pouco, podemos supor que:

- Alguns vínculos são “**fortes**” (e.g., **ser amigo de**).
- Outros são “**fracos**” (e.g., **ser conhecido de**).

Vínculos fortes e fracos

Simplificando um pouco, podemos supor que:

- Alguns vínculos são “**fortes**” (e.g., **ser amigo de**).
- Outros são “**fracos**” (e.g., **ser conhecido de**).

Veremos que [fazendo apenas essa simplificação](#) já podemos chegar a modelos teóricos e resultados empíricos relevantes.

Os vínculos fracos são importantes – Motivação

Motivação – os vínculos **fracos** são importantes?

Os vínculos fracos são importantes – Motivação

Motivação – os vínculos **fracos** são importantes?

- Anos 1960: Mark Granovetter estava fazendo a sua pesquisa de doutorado, tentando descobrir como as pessoas **encontram novos empregos**.

Os vínculos fracos são importantes – Motivação

Motivação – os vínculos **fracos** são importantes?

- Anos 1960: Mark Granovetter estava fazendo a sua pesquisa de doutorado, tentando descobrir como as pessoas **encontram novos empregos**.
- Mark entrevistou pessoas que trocaram de emprego recentemente, e descobriu que a maioria ficou sabendo do emprego **por meio de contatos pessoais**.

Os vínculos fracos são importantes – Motivação

Motivação – os vínculos **fracos** são importantes?

- Anos 1960: Mark Granovetter estava fazendo a sua pesquisa de doutorado, tentando descobrir como as pessoas **encontram novos empregos**.
- Mark entrevistou pessoas que trocaram de emprego recentemente, e descobriu que a maioria ficou sabendo do emprego **por meio de contatos pessoais**.
- Surpreendentemente, ele também descobriu que a maioria desses contatos **não eram amigos próximos, senão pessoas descritas como “conhecidos”**.

Os vínculos fracos são importantes – Motivação

Motivação – os vínculos **fracos** são importantes?

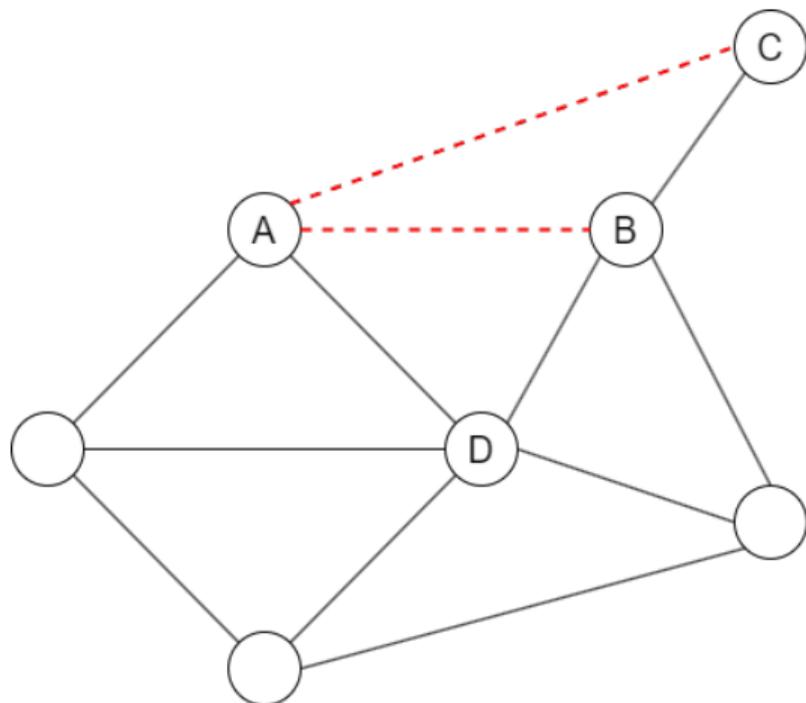
- Anos 1960: Mark Granovetter estava fazendo a sua pesquisa de doutorado, tentando descobrir como as pessoas **encontram novos empregos**.
- Mark entrevistou pessoas que trocaram de emprego recentemente, e descobriu que a maioria ficou sabendo do emprego **por meio de contatos pessoais**.
- Surpreendentemente, ele também descobriu que a maioria desses contatos **não eram amigos próximos, senão pessoas descritas como “conhecidos”**.

Por que seus conhecidos, com quem o vínculo é mais fraco, e não seus amigos, ajudam você a descobrir um novo emprego?

Fecho triádico – *triadic closure*

Considere a rede a seguir.

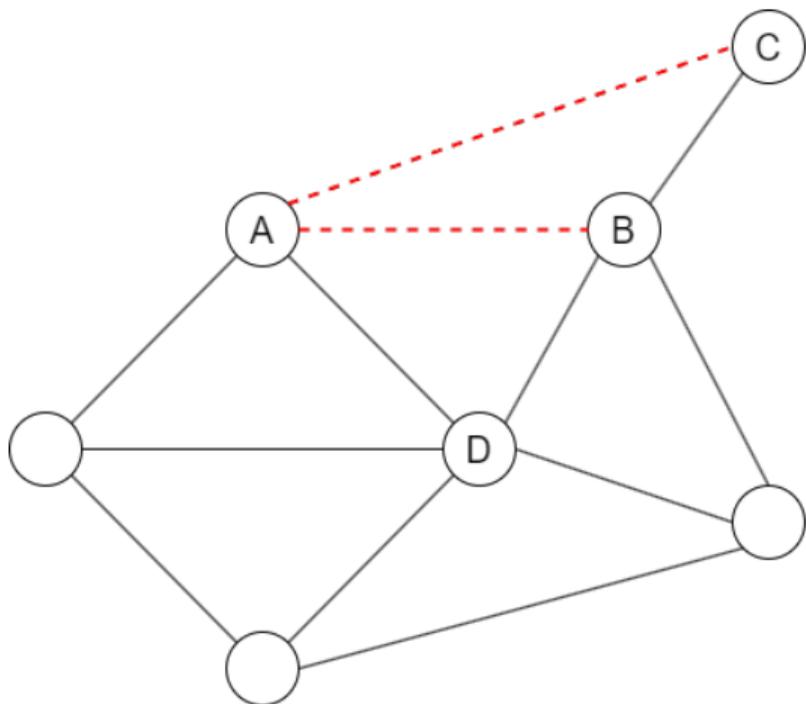
- Suponha que está faltando exatamente uma aresta nessa rede, mas não sabemos qual. Qual aresta você imagina que seja mais provável, (A, B) ou (A, C) ?
- Mesmo problema, outra formulação: vai surgir uma nova aresta na rede. Qual, (A, B) ou (A, C) , é mais provável de aparecer?



Fecho triádico – *triadic closure*

Considere a rede a seguir.

- Suponha que está faltando exatamente uma aresta nessa rede, mas não sabemos qual. Qual aresta você imagina que seja mais provável, (A, B) ou (A, C) ?
- Mesmo problema, outra formulação: vai surgir uma nova aresta na rede. Qual, (A, B) ou (A, C) , é mais provável de aparecer?
- Parece que é (A, B) . . . , mas por quê?



Fecho triádico – *triadic closure*

Princípio:

Se dois nós em uma rede, A e B , possuem um ou mais adjacentes em comum, então há uma chance maior de A e B serem adjacentes nessa rede.

Este princípio geral, que diversas redes reais (estáticas ou dinâmicas) cumprem em maior ou menor medida, é chamado de fecho triádico – **triadic closure**.

Em particular, em redes sociais, este princípio explica com muita assertividade o comportamento dos usuários: **novos vínculos** são criados com maior frequência **entre pessoas que possuem amigos em comum**.

Coeficiente de clusterização

Como avaliar o cumprimento do princípio de fecho triádico em uma rede real?

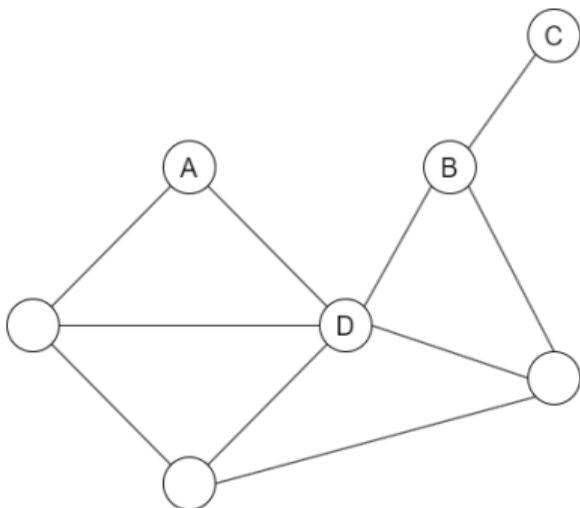
Coeficiente de clusterização

Como avaliar o cumprimento do princípio de fecho triádico em uma rede real?

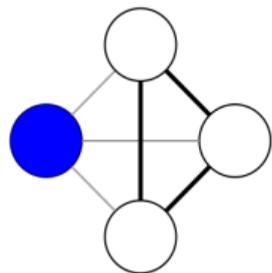
O coeficiente de clusterização local de um nó v da rede é o número de conexões entre os nós adjacentes a v dividido pelo número máximo possível dessas conexões:

$$C_i = \frac{2 \cdot T(v)}{d(v)(d(v) - 1)},$$

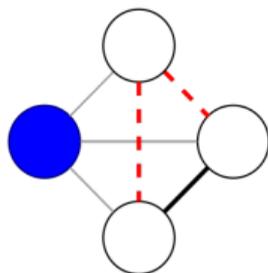
onde $d(v)$ é o grau do vértice v_i , e $T(v)$ é o número de conexões entre os vizinhos de v .



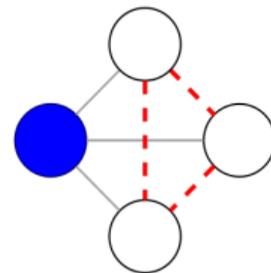
Coeficiente de clusterização



$$c = 1$$

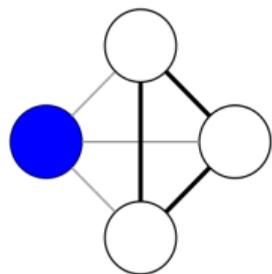


$$c = 1/3$$

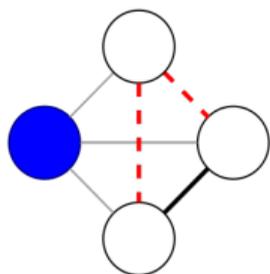


$$c = 0$$

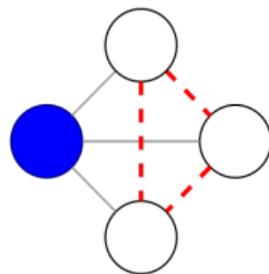
Coeficiente de clusterização



$$c = 1$$



$$c = 1/3$$

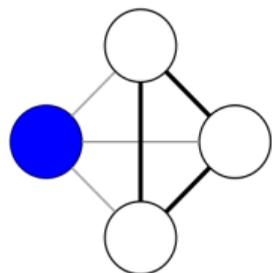


$$c = 0$$

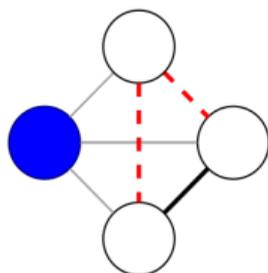
Observações:

- O número de conexões entre os vizinhos do nó v , denotado $T(v)$, é igual ao número de triângulos com o vértice v .

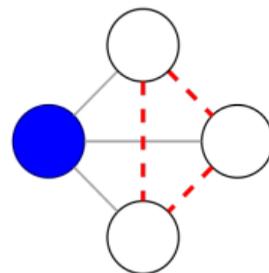
Coeficiente de clusterização



$$c = 1$$



$$c = 1/3$$

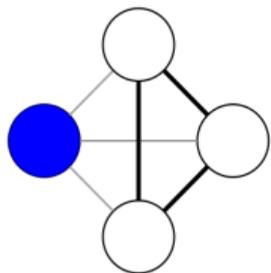


$$c = 0$$

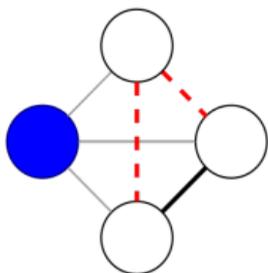
Observações:

- O número de conexões entre os vizinhos do nó v , denotado $T(v)$, é igual ao número de triângulos com o vértice v .
- O coeficiente de clusterização local varia de $C_i = 0$ (estrela) a $C_i = 1$ (clique).

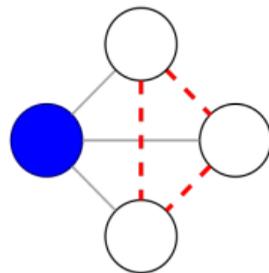
Coeficiente de clusterização



$$c = 1$$



$$c = 1/3$$



$$c = 0$$

Observações:

- O número de conexões entre os vizinhos do nó v , denotado $T(v)$, é igual ao número de triângulos com o vértice v .
- O coeficiente de clusterização local varia de $C_i = 0$ (estrela) a $C_i = 1$ (clique).
- Se $d(v) = 0$, consideramos que $C_i = 0$.

Coeficiente de clusterização

Como avaliar o cumprimento do princípio de fecho triádico na rede inteira?

Coeficiente de clusterização

Como avaliar o cumprimento do princípio de fecho triádico na rede inteira?

Coeficiente de clusterização global: duas variantes.

- Calcular a média dos coeficientes de clusterização locais para todos os nós da rede: $C = \frac{1}{n} \sum_i C_i$.
 - Simples, mas nós com grau baixo recebem o mesmo peso do que nós de grau alto.
- Calcular o número de triplas abertas e fechadas nessa rede.
 - Tripla: três nós conectados por ao menos duas arestas.

$$\frac{\text{número de triplas fechadas}}{\text{número total de triplas de nós na rede}} = \frac{3 \times \text{número de triângulos}}{\text{número total de triplas de nós na rede}}$$

Coeficiente de clusterização

Redes de interação reais possuem coeficientes de clusterização global bem maiores do que redes aleatórias.

Consequência do princípio de fecho triádico (*triadic closure*).

Coeficiente de clusterização

Redes de interação reais possuem coeficientes de clusterização global bem maiores do que redes aleatórias.

Consequência do princípio de fecho triádico (*triadic closure*).

A evidência sugere que em redes reais, os nós tendem a criar **grupos fortemente conectados**, com uma densidade relativamente elevada de arestas: a chance de dois nós com um vizinho em comum estarem conectados tende a ser maior que a probabilidade média de uma aresta entre dois nós aleatórios.

Duas pessoas com um amigo em comum têm mais chance de se conhecer; podem ter características e interesses em comum; tendem a ter mais confiança um no outro.

Coeficiente de clusterização

Redes de interação reais possuem coeficientes de clusterização global bem maiores do que redes aleatórias.

Consequência do princípio de fecho triádico (*triadic closure*).

A evidência sugere que em redes reais, os nós tendem a criar **grupos fortemente conectados**, com uma densidade relativamente elevada de arestas: a chance de dois nós com um vizinho em comum estarem conectados tende a ser maior que a probabilidade média de uma aresta entre dois nós aleatórios.

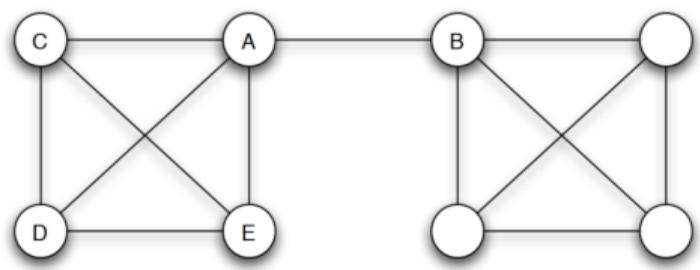
Duas pessoas com um amigo em comum têm mais chance de se conhecer; podem ter características e interesses em comum; tendem a ter mais confiança um no outro.

Os coeficientes de clusterização local e global **permitem avaliar o cumprimento do princípio de fecho triádico em redes reais.**

Resumo

- 1 Objetivo
- 2 Vínculos fortes e fracos
- 3 Fecho triádico e coeficientes de clusterização
- 4 Arestas de corte locais**
- 5 A importância dos vínculos fracos

Arestas de corte

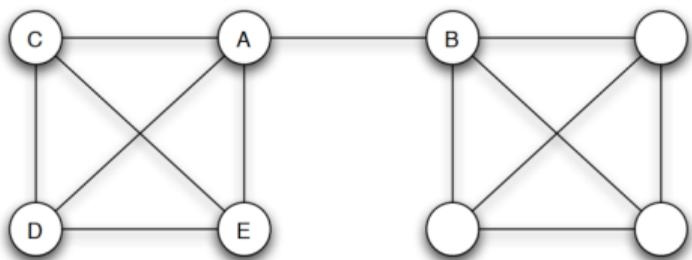


Lembrando:

Definição

Seja $G = (V, E)$ um grafo. A aresta $e \in E$ é uma **aresta-de-corte** (ou **ponte**) de G , se $c(G - e) = c(G) + 1$.

Arestas de corte



Lembrando:

Definição

Seja $G = (V, E)$ um grafo. A aresta $e \in E$ é uma **aresta-de-corte** (ou **ponte**) de G , se $c(G - e) = c(G) + 1$.

No exemplo acima, (A, B) é uma **aresta-de-corte**.

A aresta (A, B) parece “importante” para o vértice A !

Arestas de corte locais

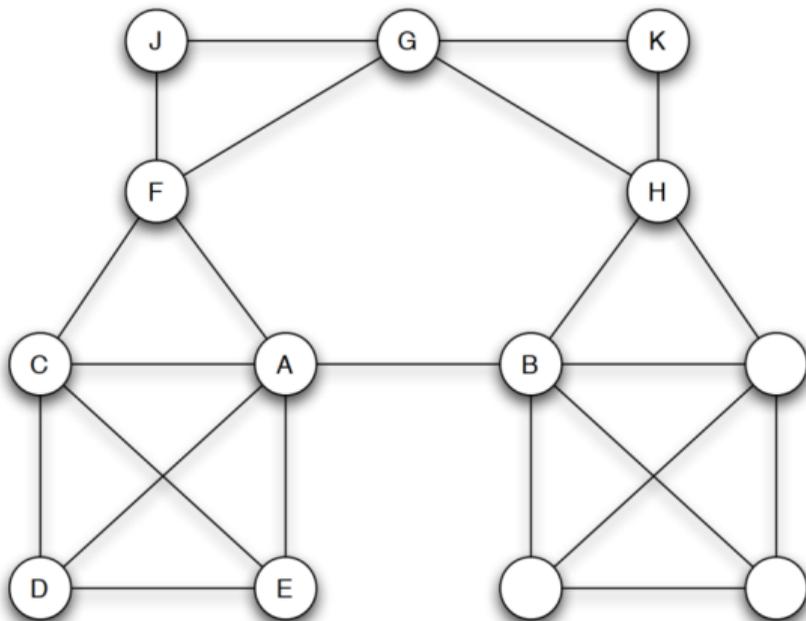
As arestas-de-corte são raras em redes de interação reais!

Muitas vezes, existe alguma forma alternativa de chegar de um nó a outro.

Arestas de corte locais

As arestas-de-corte são raras em redes de interação reais!

Muitas vezes, existe alguma forma alternativa de chegar de um nó a outro.



Arestas de corte locais

Podemos usar uma **definição mais “flexível”** de aresta-de-corte:

Definição

Seja $G = (V, E)$ um grafo. A aresta $(a, b) \in E$ é uma **aresta-de-corte local** (**ponte local**) de G , se

$$\text{dist}_{G-(a,b)}(a, b) > 2.$$

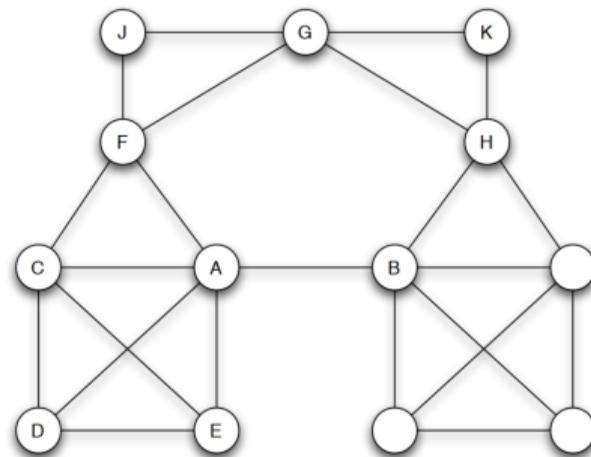
Arestas de corte locais

Podemos usar uma **definição** mais “flexível” de aresta-de-corte:

Definição

Seja $G = (V, E)$ um grafo. A aresta $(a, b) \in E$ é uma **aresta-de-corte local** (**ponte local**) de G , se

$$\text{dist}_{G-(a,b)}(a, b) > 2.$$



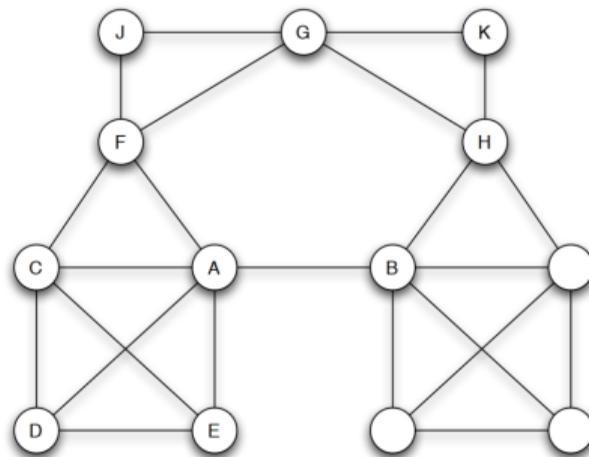
Arestas de corte locais

Podemos usar uma **definição mais “flexível”** de aresta-de-corte:

Definição

Seja $G = (V, E)$ um grafo. A aresta $(a, b) \in E$ é uma **aresta-de-corte local** (**ponte local**) de G , se

$$dist_{G-(a,b)}(a, b) > 2.$$



Veja que uma aresta é uma ponte local se e somente se ela **não pertence a nenhum triângulo** na rede.

Arestas de corte locais

Pontes locais oferecem aos seus extremos a possibilidade de acessar partes da rede que, se não for pela aresta, estariam muito mais longe!

Em particular, no exemplo sobre vínculos fracos e empregos:

Uma informação sobre algum novo emprego pode vir com frequência através de uma ponte local, pois pessoas do seu grupo normalmente têm acesso a informações e oportunidades semelhantes àsquelas que você já conhece.

Arestas de corte locais

Pontes locais oferecem aos seus extremos a possibilidade de acessar partes da rede que, se não for pela aresta, estariam muito mais longe!

Em particular, no exemplo sobre vínculos fracos e empregos:

Uma informação sobre algum novo emprego pode vir com frequência através de uma ponte local, pois pessoas do seu grupo normalmente têm acesso a informações e oportunidades semelhantes àsquelas que você já conhece.

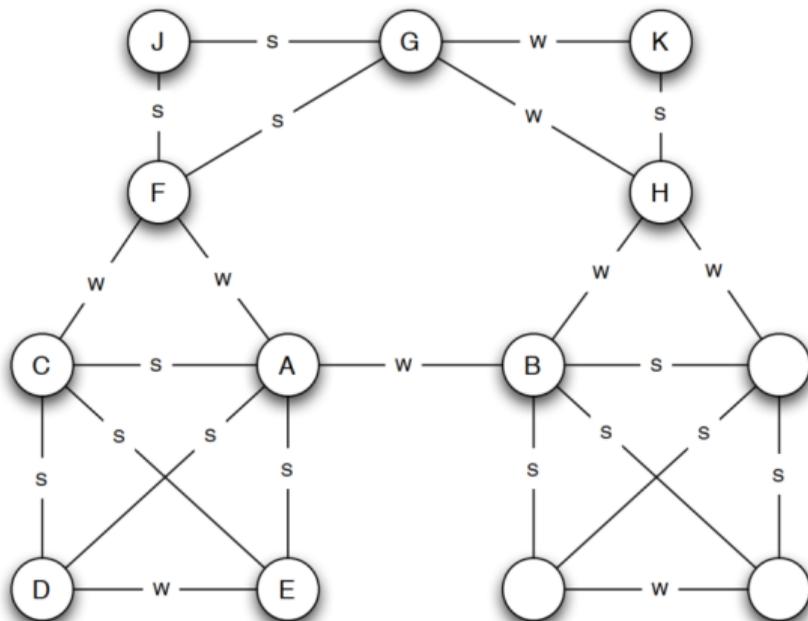
Existe alguma relação entre um vínculo ser ponte local e ser forte ou fraco?...

A importância dos vínculos fracos

Vamos supor agora que temos uma rede rotulada, onde todas as arestas são ou **fortes**, ou **fracas**.

A importância dos vínculos fracos

Vamos supor agora que temos uma rede rotulada, onde todas as arestas são ou **fortes**, ou **fracas**.



A importância dos vínculos fracos

Princípio de fecho triádico no caso de vínculos fortes e fracos:

Sejam dois nós em uma rede, A e B , com um adjacente C em comum. Então, se as arestas (A, C) e (B, C) são fortes, há uma chance maior de A e B serem adjacentes nessa rede.

A importância dos vínculos fracos

Princípio de fecho triádico no caso de vínculos fortes e fracos:

Sejam dois nós em uma rede, A e B , com um adjacente C em comum. Então, se as arestas (A, C) e (B, C) são fortes, há uma chance maior de A e B serem adjacentes nessa rede.

Com base nesse princípio, vamos definir a propriedade chamada **fecho triádico forte**:

Fecho triádico forte

Um vértice A cumpre com o **fecho triádico forte** se, para todo par de arestas (A, B) e (A, C) incidentes ao vértice A , se (A, B) e (A, C) são fortes $\Rightarrow B$ e C são adjacentes.

A importância dos vínculos fracos

Princípio de fecho triádico no caso de vínculos fortes e fracos:

Sejam dois nós em uma rede, A e B , com um adjacente C em comum. Então, se as arestas (A, C) e (B, C) são fortes, há uma chance maior de A e B serem adjacentes nessa rede.

Com base nesse princípio, vamos definir a propriedade chamada **fecho triádico forte**:

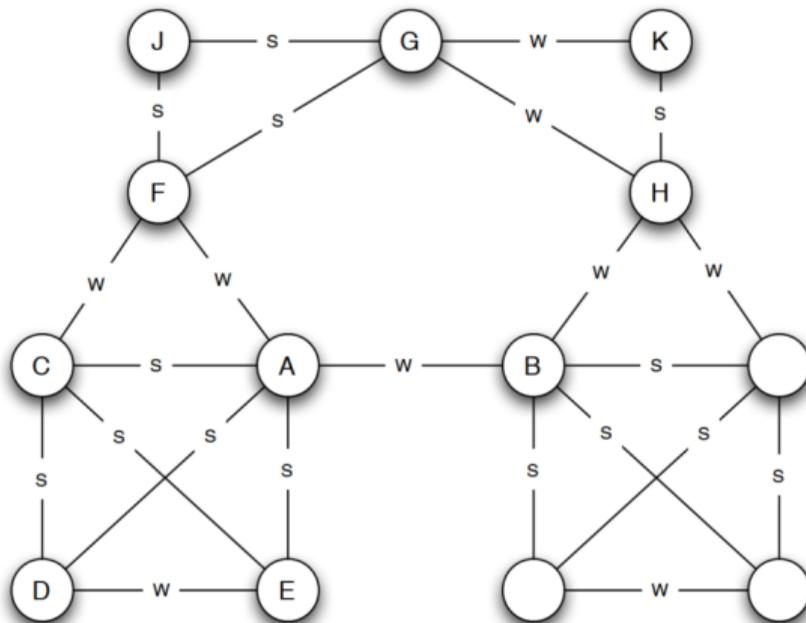
Fecho triádico forte

Um vértice A cumpre com o **fecho triádico forte** se, para todo par de arestas (A, B) e (A, C) incidentes ao vértice A , se (A, B) e (A, C) são fortes $\Rightarrow B$ e C são adjacentes.

Se um vértice A possui duas arestas fortes incidentes (A, B) e (A, C) , mas não existe a aresta (B, C) , então A descumpre (viola) a propriedade do fecho triádico forte.

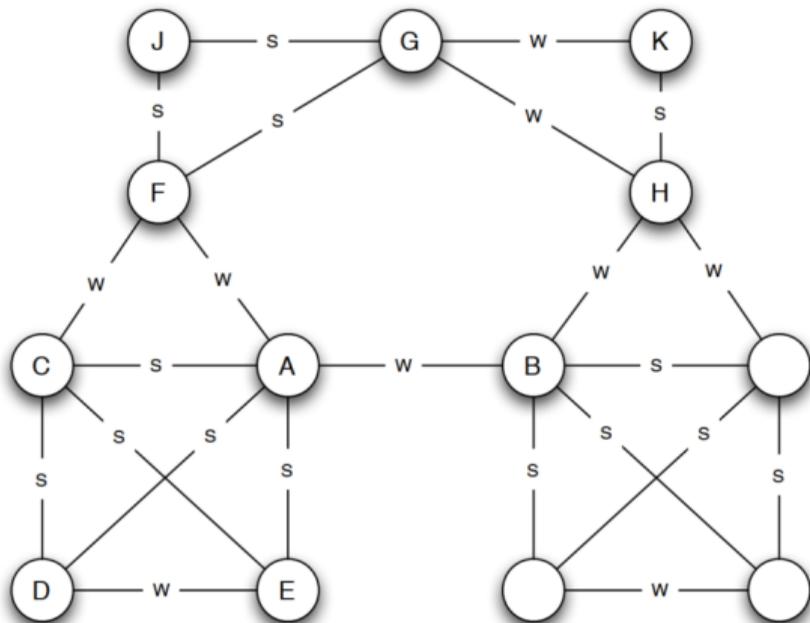
A importância dos vínculos fracos

Podemos verificar que **todos os nós** dessa rede **cumprem** com a propriedade do fecho triádico forte.



A importância dos vínculos fracos

Podemos verificar que **todos os nós** dessa rede **cumprem** com a propriedade do fecho triádico forte. E se a aresta **(A, F)** for forte?



A importância dos vínculos fracos

Existe uma relação entre o fecho triádico forte, uma propriedade local do nó, e a propriedade de uma aresta ser ponte local?

A importância dos vínculos fracos

Existe uma relação entre o fecho triádico forte, uma propriedade local do nó, e a propriedade de uma aresta ser ponte local?

Teorema

Se um vértice A de uma rede cumpre com o **fecho triádico forte**, e possui pelo menos 2 vínculos fortes, então toda **ponte local incidente no vértice A** é um **vínculo fraco**.

A importância dos vínculos fracos

Teorema

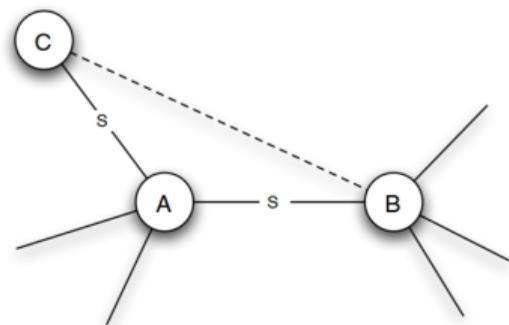
Se um vértice A de uma rede cumpre com o **fecho triádico forte**, e possui pelo menos 2 vínculos fortes, então toda **ponte local incidente no vértice A** é um **vínculo fraco**.

A importância dos vínculos fracos

Teorema

Se um vértice A de uma rede cumpre com o **fecho triádico forte**, e possui pelo menos 2 vínculos fortes, então toda **ponte local incidente no vértice A** é um **vínculo fraco**.

Prova (por contradição): Suponha que um vértice A da rede cumpre com o fecho triádico forte, e possui pelo menos dois vínculos fortes. Agora, seja (A, B) uma ponte local, e suponha por contradição que (A, B) é forte. O vértice A possui algum outro vínculo forte, seja ele com o vértice C . A aresta (B, C) existe pela propriedade do fecho triádico forte, o que implica que (A, B) não é uma ponte local, uma contradição.



A importância dos vínculos fracos

Consequência: Em uma rede que **cumpr**e com o **fecho triádico forte**, e na qual os vértices têm um mínimo de vínculos fortes, **as pontes locais são vínculos fracos**.

A importância dos vínculos fracos

Consequência: Em uma rede que **cumpr**e com o **fecho triádico forte**, e na qual os vértices têm um mínimo de vínculos fortes, **as pontes locais são vínculos fracos**.

Voltando à pergunta inicial:

Mark Granovetter: Por que seus conhecidos, com quem o vínculo é mais fraco, e não seus amigos, ajudam você a descobrir um novo emprego?

A importância dos vínculos fracos

Consequência: Em uma rede que **cumpr**e com o **fecho triádico forte**, e na qual os vértices têm um mínimo de vínculos fortes, **as pontes locais são vínculos fracos**.

Voltando à pergunta inicial:

Mark Granovetter: Por que seus conhecidos, com quem o vínculo é mais fraco, e não seus amigos, ajudam você a descobrir um novo emprego?

Vínculos fracos frequentemente reduzem a distância entre os nós, o que leva a uma propagação mais rápida da informação. Informações novas e empregos são muitas vezes obtidos a partir de pontes locais que conectam diferentes regiões da rede.

A importância dos vínculos fracos

Consequência: Em uma rede que **cumpr**e com o **fecho triádico forte**, e na qual os vértices têm um mínimo de vínculos fortes, **as pontes locais são vínculos fracos**.

Voltando à pergunta inicial:

Mark Granovetter: Por que seus conhecidos, com quem o vínculo é mais fraco, e não seus amigos, ajudam você a descobrir um novo emprego?

Vínculos fracos frequentemente reduzem a distância entre os nós, o que leva a uma propagação mais rápida da informação. Informações novas e empregos são muitas vezes obtidos a partir de pontes locais que conectam diferentes regiões da rede.

⇒ Em redes reais, pontes locais de fato *costumam ser* vínculos fracos.

Vínculos fracos e redes reais: indo além do binário

Interseção de vizinhanças (*neighborhood overlap*):

Seja (A, B) uma aresta, $\mathcal{N}(A)$ e $\mathcal{N}(B)$ os conjuntos de vértices adjacentes a A e B , respectivamente, sem contar os vértices da aresta. A interseção de vizinhanças (*neighborhood overlap*) da aresta (A, B) é o valor:

$$\frac{\mathcal{N}(A) \cap \mathcal{N}(B)}{\mathcal{N}(A) \cup \mathcal{N}(B)}.$$

Vínculos fracos e redes reais: indo além do binário

Interseção de vizinhanças (*neighborhood overlap*):

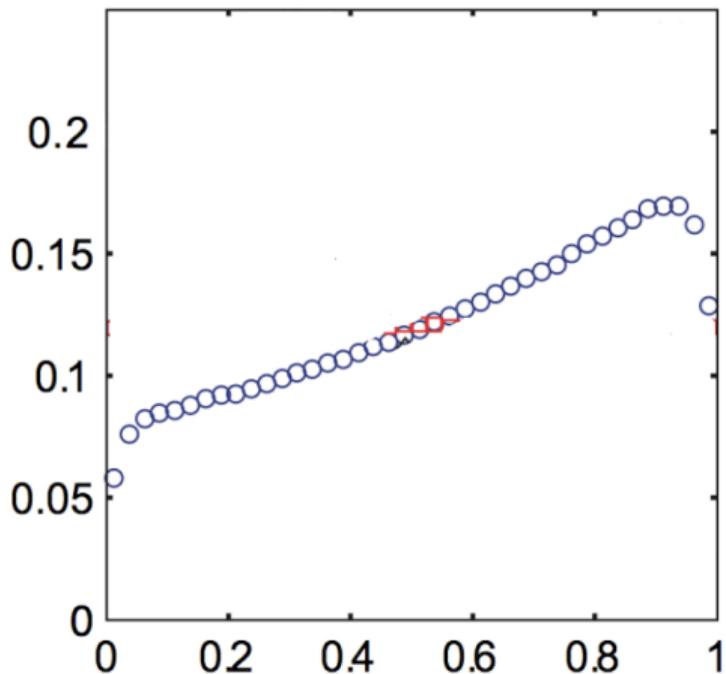
Seja (A, B) uma aresta, $\mathcal{N}(A)$ e $\mathcal{N}(B)$ os conjuntos de vértices adjacentes a A e B , respectivamente, sem contar os vértices da aresta. A interseção de vizinhanças (*neighborhood overlap*) da aresta (A, B) é o valor:

$$\frac{\mathcal{N}(A) \cap \mathcal{N}(B)}{\mathcal{N}(A) \cup \mathcal{N}(B)}.$$

Da mesma forma que o vínculo pode não ser apenas forte ou fraco, senão ter um valor numérico associado, a interseção de vizinhanças dos nós é um valor fracionário que mostra quão perto está a aresta de ser uma ponte local (caso do valor 0).

Vínculos fracos e redes reais: indo além do binário

Neighborhood overlap vs força do vínculo (rede de chamadas telefônicas).



Vínculos fracos e redes reais: indo além do binário

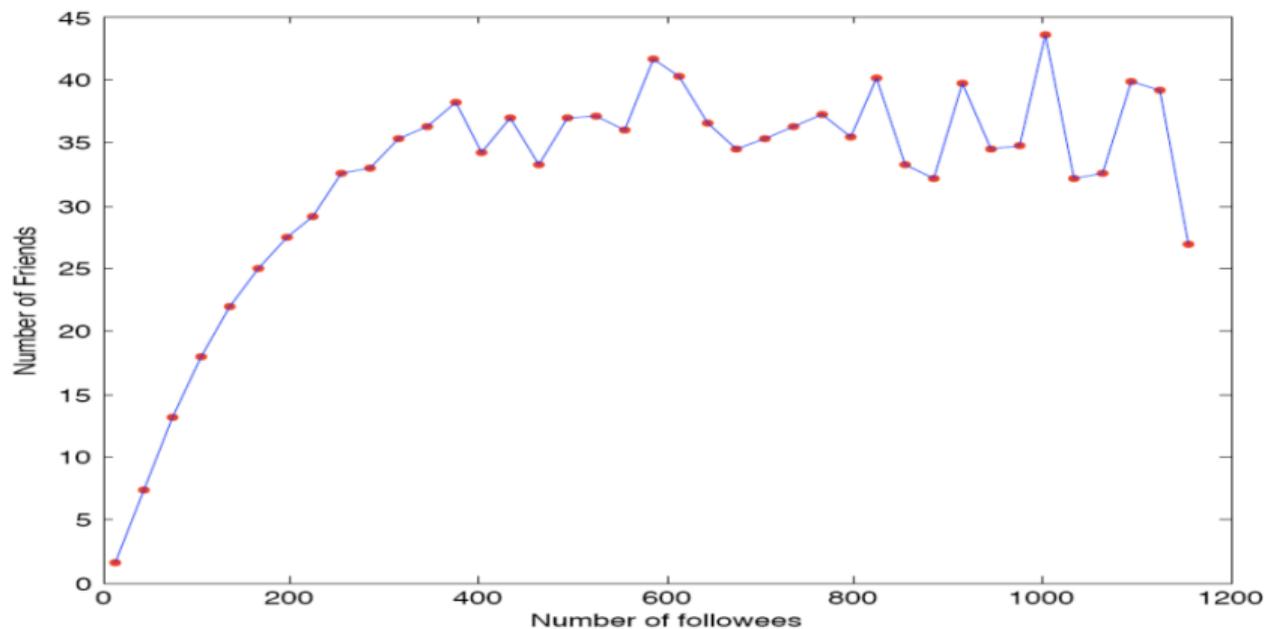
**Se eu quiser desconectar uma rede conexa (dividir ela em várias componentes),
quais arestas eu deveria “atacar” ou remover?**

Aplicações

- Meninas adolescentes com um **baixo coeficiente de clusterização** em sua rede de amigos têm uma probabilidade **significativamente maior** de contemplar o **suicídio** do que aquelas com um coeficiente de clusterização elevado.

Aplicações

A **quantidade de vínculos fortes** que uma pessoa pode manter é limitado (ver **número de Dunbar**).



Resumo

Em resumo:

- O princípio de **fecho triádico** (*triadic closure*) propõe que arestas ocorrem com maior frequência entre vértices que possuem vínculos (fortes!) em comum.

Resumo

Em resumo:

- O princípio de **fecho triádico** (*triadic closure*) propõe que arestas ocorrem com maior frequência entre vértices que possuem vínculos (fortes!) em comum.
- Os coeficientes de clusterização local e global permitem **avaliar** o cumprimento do princípio de fecho triádico em redes reais.

Resumo

Em resumo:

- O princípio de **fecho triádico** (*triadic closure*) propõe que arestas ocorrem com maior frequência entre vértices que possuem vínculos (fortes!) em comum.
- Os coeficientes de clusterização local e global permitem **avaliar** o cumprimento do princípio de fecho triádico em redes reais.
- As **pontes e pontes locais** oferecem a possibilidade de acessar partes da rede que, sem a aresta, estariam muito mais longe, e costumam ser **vínculos fracos**.
- Vínculos fracos nos ajudam a chegar a **regiões mais distantes** da rede, e **obter informações** de grupos de nós **diferentes** do grupo no qual estamos inseridos.

Resumo

Em resumo:

- O princípio de **fecho triádico** (*triadic closure*) propõe que arestas ocorrem com maior frequência entre vértices que possuem vínculos (fortes!) em comum.
- Os coeficientes de clusterização local e global permitem **avaliar** o cumprimento do princípio de fecho triádico em redes reais.
- As **pontes e pontes locais** oferecem a possibilidade de acessar partes da rede que, sem a aresta, estariam muito mais longe, e costumam ser **vínculos fracos**.
- Vínculos fracos nos ajudam a chegar a **regiões mais distantes** da rede, e **obter informações** de grupos de nós **diferentes** do grupo no qual estamos inseridos.
- **A surpreendente relevância das relações fracas nos permite ter acesso a partes da rede que são difíceis de atingir e informações difíceis de encontrar.**

Material bibliográfico

David Easley and Jon Kleinberg. *Networks, Crowds, and Markets: Reasoning about a Highly Connected World*, pp 43-62.

