Redes complexas – MO804 (MC908)
Coeficientes de clusterização, vínculos fortes e fracos

Prof. Dr. Ruben Interian

Instituto de Computação, UNICAMP

Resumo

Resumo

1. Objetivo
2. Vínculos fortes e fracos
3. Fecho triádico e coeficientes de clusterização
4. Pontes locais
5. A importância dos vínculos fracos

Objetivo

- Estudar o princípio geral do **fecho triádico**.
- Estudar os **coeficientes de clusterização**.
- Estudar o modelo (mais simples possível) de redes com vínculos fortes e fracos.
- Entender a importância dos vínculos fracos.

Resumo

Vínculos fortes e fracos

Nas redes complexas, os vínculos podem ser mais ou menos fortes:

- Rede de chamadas telefônicas: número ou duração das chamadas realizadas.
- Rede de empresas e sócios: participação societária.
- Rede de pesquisadores: quantidade ou frequência das colaborações.
- Rede de transações: quantidade ou frequência das transações.
- Rede de interação de proteínas: constante de dissociação K_d (enquanto menor, mais forte a interação).

Vínculos fortes e fracos

Modelo mais simples possível: simplificamos, supondo que

- alguns vínculos são "**fortes**" (e.g., **ser amigo de**), e
- outros são "**fracos**" (e.g., **ser conhecido de**).

Veremos que fazendo apenas essa simplificação já podemos chegar a modelos teóricos e resultados empíricos relevantes.

Motivação

Motivação – vínculos fortes e fracos e coeficientes de clusterização:

- **Mark Granovetter**, um dos mais importantes e influentes cientistas sociais das últimas décadas.

Motivação

Motivação – vínculos fortes e fracos e coeficientes de clusterização:

- **Mark Granovetter**, um dos mais importantes e influentes cientistas sociais das últimas décadas.
- **Anos 1960**: Mark, na sua pesquisa de doutorado, estava tentando descobrir como as pessoas **encontram novos empregos**.

Motivação

Motivação – vínculos fortes e fracos e coeficientes de clusterização:

- **Mark Granovetter**, um dos mais importantes e influentes cientistas sociais das últimas décadas.
- **Anos 1960**: Mark, na sua pesquisa de doutorado, estava tentando descobrir como as pessoas **encontram novos empregos**.
- Mark entrevistou pessoas que trocaram de emprego recentemente, e descobriu que a maioria ficou sabendo do emprego **por meio de contatos pessoais**.

Motivação

Motivação – vínculos fortes e fracos e coeficientes de clusterização:

- **Mark Granovetter**, um dos mais importantes e influentes cientistas sociais das últimas décadas.
- **Anos 1960**: Mark, na sua pesquisa de doutorado, estava tentando descobrir como as pessoas **encontram novos empregos**.
- Mark entrevistou pessoas que trocaram de emprego recentemente, e descobriu que a maioria ficou sabendo do emprego **por meio de contatos pessoais**.
- Mas, surpreendentemente, ele descobriu que a maioria desses contatos não eram de amigos próximos, senão **pessoas apresentadas como "conhecidos"**.

Motivação

Motivação – vínculos fortes e fracos e coeficientes de clusterização:

- **Mark Granovetter**, um dos mais importantes e influentes cientistas sociais das últimas décadas.
- **Anos 1960**: Mark, na sua pesquisa de doutorado, estava tentando descobrir como as pessoas **encontram novos empregos**.
- Mark entrevistou pessoas que trocaram de emprego recentemente, e descobriu que a maioria ficou sabendo do emprego **por meio de contatos pessoais**.
- Mas, surpreendentemente, ele descobriu que a maioria desses contatos não eram de amigos próximos, senão **pessoas apresentadas como "conhecidos"**.

Por que seus conhecidos, com quem o vínculo é mais fraco, e não seus amigos, ajudam você a descobrir um novo emprego?

Vínculos fortes e fracos

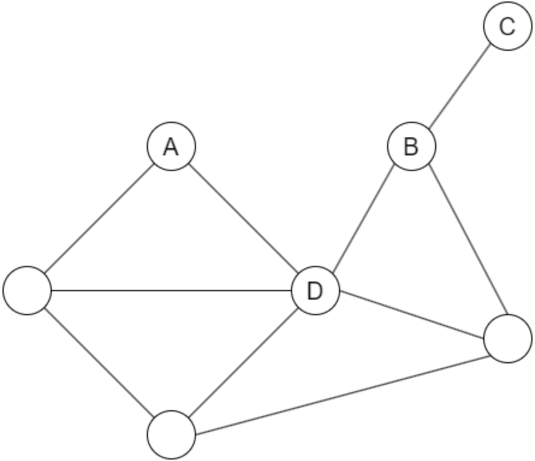
Conceitos que nos ajudarão a responder esta pergunta: **fecho triádico** e **ponte local**.

Resumo

Fecho triádico – *triadic closure*

Considere a rede apresentada na figura.

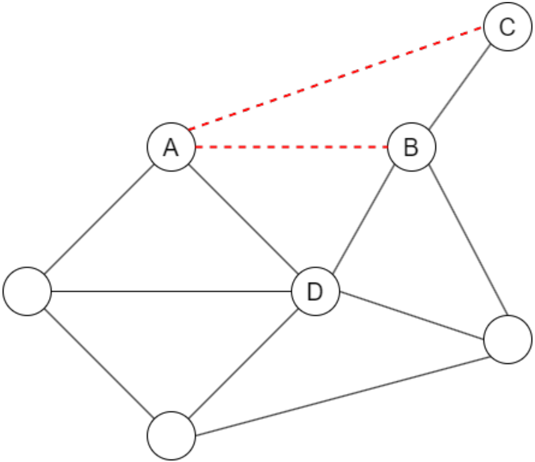
- Suponha que esteja faltando exatamente uma aresta nessa rede. Qual aresta você imagina que seja mais provável, (A, B) ou (A, C)?



Fecho triádico – *triadic closure*

Considere a rede apresentada na figura.

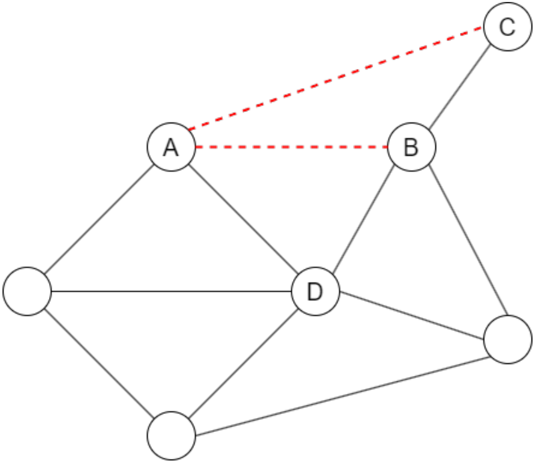
- Suponha que esteja faltando exatamente uma aresta nessa rede. Qual aresta você imagina que seja mais provável, (A, B) ou (A, C)?
- Mesmo problema, outra formulação: vai surgir uma nova aresta na rede. Qual, (A, B) ou (A, C), é mais provável de aparecer?



Fecho triádico – *triadic closure*

Considere a rede apresentada na figura.

- Suponha que esteja faltando exatamente uma aresta nessa rede. Qual aresta você imagina que seja mais provável, (A, B) ou (A, C)?
- Mesmo problema, outra formulação: vai surgir uma nova aresta na rede. Qual, (A, B) ou (A, C), é mais provável de aparecer?
- Parece que é (A, B)..., mas por quê? Pense no conceito de distância.



Fecho triádico – *triadic closure*

O que isso significa em uma rede real?

- Se duas pessoas em uma rede social têm um amigo em comum, há uma probabilidade maior de que elas também se tornem ou sejam amigas (mais chance de se conhecer; características e interesses em comum; mais grau de confiança).
- Se dois nós de uma rede funcional têm um vizinho em comum, há uma probabilidade maior de que eles tenham uma função semelhante.

Fecho triádico – *triadic closure*

Princípio:

> *Se dois nós em uma rede, A e B, possuem um ou mais adjacentes em comum, então há uma chance maior de A e B serem adjacentes nessa rede.*

Fecho triádico – *triadic closure*

Princípio:

> *Se dois nós em uma rede, A e B, possuem um ou mais adjacentes em comum, então há uma chance maior de A e B serem adjacentes nessa rede.*

Este princípio geral, que diversas redes reais (estáticas ou dinâmicas) cumprem em maior ou menor medida, é chamado de fecho triádico – **triadic closure**.

Fecho triádico – *triadic closure*

Princípio:

> *Se dois nós em uma rede, A e B, possuem um ou mais adjacentes em comum, então há uma chance maior de A e B serem adjacentes nessa rede.*

Este princípio geral, que diversas redes reais (estáticas ou dinâmicas) cumprem em maior ou menor medida, é chamado de fecho triádico – **triadic closure**.

Em particular, em diversas redes (sociais, funcionais, de transporte), este princípio pode explicar com assertividade o comportamento dos nós: **novos vínculos** são criados com maior frequência **entre nós que possuem vizinhos em comum**.

Fecho triádico – *triadic closure*

Princípio:

> *Se dois nós em uma rede, A e B, possuem um ou mais adjacentes em comum, então há uma chance maior de A e B serem adjacentes nessa rede.*

Uma rede na qual as arestas estão distribuídas **aleatoriamente** entre os vértices, cumpriria o princípio de fecho triádico?

Fecho triádico – *triadic closure*

Princípio:

> *Se dois nós em uma rede,* A e B*, possuem um ou mais adjacentes em comum, então há uma chance maior de* A e B *serem adjacentes nessa rede.*

Uma rede na qual as arestas estão distribuídas **aleatoriamente** entre os vértices, cumpriria o princípio de fecho triádico? – Não.

Redes reais são **diferentes** das redes aleatórias! Existem mecanismos específicos que explicam o comportamento dos nós, e a dinâmica ou evolução desses sistemas no tempo.

Coeficiente de clusterização

Como avaliar o cumprimento do princípio de fecho triádico em uma rede real?

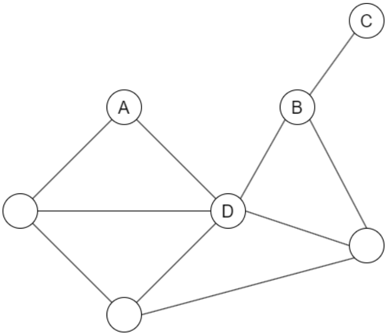
Coeficiente de clusterização

Como avaliar o cumprimento do princípio de fecho triádico em uma rede real?

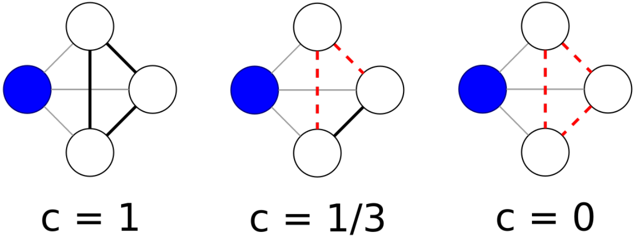
O coeficiente de clusterização (ou coeficiente de agrupamento) de um nó v_i é o número de conexões entre os nós adjacentes a v_i dividido pelo número máximo possível dessas conexões:

$$C_i = \frac{2 \cdot T(v_i)}{d(v_i)(d(v_i)-1)} = \frac{\sum_{k>j} a_{ij} a_{ik} a_{jk}}{\sum_{k>j} a_{ij} a_{ik}},$$

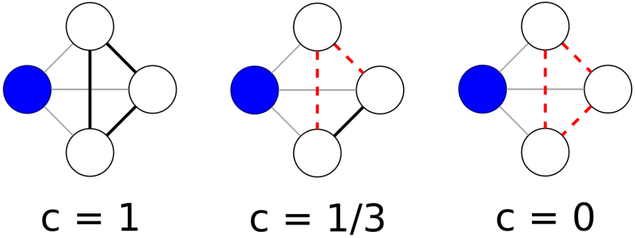
onde $d(v_i)$ é o grau do vértice v_i, e $T(v_i)$ é o número de conexões entre os vizinhos de v_i.



Coeficiente de clusterização



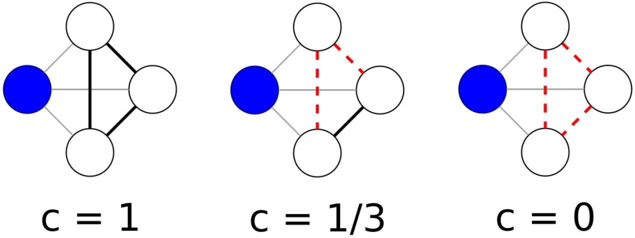
Coeficiente de clusterização



Observações:

- O número de conexões entre os vizinhos do nó v_i, denotado $T(v_i)$, é igual ao número de triângulos com o vértice v_i.

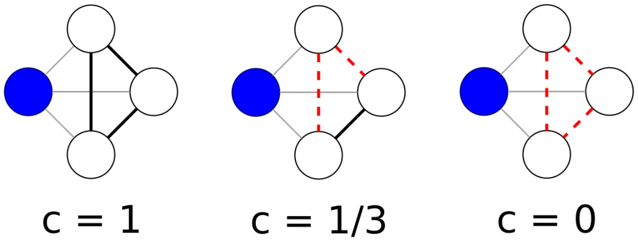
Coeficiente de clusterização



Observações:

- O número de conexões entre os vizinhos do nó v_i, denotado $T(v_i)$, é igual ao número de triângulos com o vértice v_i.
- O coeficiente de clusterização local varia de $C_i = 0$ (estrela) a $C_i = 1$ (clique).

Coeficiente de clusterização



Observações:

- O número de conexões entre os vizinhos do nó v_i, denotado $T(v_i)$, é igual ao número de triângulos com o vértice v_i.
- O coeficiente de clusterização local varia de $C_i = 0$ (estrela) a $C_i = 1$ (clique).
- Se $d(v_i) = 0$ ou $d(v_i) = 1$, consideramos que $C_i = 0$.

Coeficiente de clusterização

Como avaliar o cumprimento do princípio de fecho triádico na rede inteira?

Coeficiente de clusterização

Como avaliar o cumprimento do princípio de fecho triádico na rede inteira?

Coeficiente de clusterização global: duas variantes.

Variante 1: Calcular a média dos coeficientes de clusterização locais para todos os nós:

$$\overline{C} = \frac{1}{n} \sum_i C_i.$$

- Abordagem **mais simples**.

Coeficiente de clusterização

Como avaliar o cumprimento do princípio de fecho triádico na rede inteira?

Coeficiente de clusterização global: duas variantes.

Variante 1: Calcular a média dos coeficientes de clusterização locais para todos os nós:

$$\overline{C} = \frac{1}{n} \sum_i C_i.$$

- Abordagem **mais simples**.
- Nós com grau baixo recebem o **mesmo peso** do que nós de grau alto.

Coeficiente de clusterização

Como avaliar o cumprimento do princípio de fecho triádico na rede inteira?

Coeficiente de clusterização global: duas variantes.

Variante 1: Calcular a média dos coeficientes de clusterização locais para todos os nós:

$$\overline{C} = \frac{1}{n} \sum_i C_i.$$

- Abordagem **mais simples**.
- Nós com grau baixo recebem o **mesmo peso** do que nós de grau alto.
- **Importante**: o que fazer com nós de grau < 2?

Coeficiente de clusterização

Como avaliar o cumprimento do princípio de fecho triádico na rede inteira?

Coeficiente de clusterização global: duas variantes.

Variante 1: Calcular a média dos coeficientes de clusterização locais para todos os nós:

$$\overline{C} = \frac{1}{n} \sum_i C_i.$$

- Abordagem **mais simples**.
- Nós com grau baixo recebem o **mesmo peso** do que nós de grau alto.
- **Importante**: o que fazer com nós de grau < 2? Estes nós precisam ser excluídos!

Coeficiente de clusterização

Como avaliar o cumprimento do princípio de fecho triádico na rede inteira?

Coeficiente de clusterização global: duas variantes.

Variante 2: Calcular o número de triplas abertas e fechadas nessa rede.

- Tripla: três nós 'conectados' (por ao menos duas arestas).

$$C = \frac{\text{\# de triplas fechadas}}{\text{\# total de triplas de nós}} = \frac{3N_\Delta}{N_3} = \frac{3\sum_{k>j>i} a_{ij}a_{ik}a_{jk}}{\sum_{k>j>i}(a_{ij}a_{ik} + a_{ji}a_{jk} + a_{ki}a_{kj})}$$

Coeficiente de clusterização

Como avaliar o cumprimento do princípio de fecho triádico na rede inteira?

Coeficiente de clusterização global: duas variantes.

Variante 2: Calcular o número de triplas abertas e fechadas nessa rede.

- Tripla: três nós 'conectados' (por ao menos duas arestas).

$$C = \frac{\text{\# de triplas fechadas}}{\text{\# total de triplas de nós}} = \frac{3N_\Delta}{N_3} = \frac{3\sum_{k>j>i} a_{ij}a_{ik}a_{jk}}{\sum_{k>j>i}(a_{ij}a_{ik} + a_{ji}a_{jk} + a_{ki}a_{kj})}$$

- O número de triplas fechadas é igual a três vezes o número de triângulos.

Coeficiente de clusterização

Redes reais possuem coeficientes de clusterização global bem maiores do que redes aleatórias.

Consequência do princípio de fecho triádico (*triadic closure*).

Coeficiente de clusterização

Redes reais possuem coeficientes de clusterização global bem maiores do que redes aleatórias.

Consequência do princípio de fecho triádico (*triadic closure*).

Evidências: em redes reais, os nós tendem a criar **grupos fortemente conectados**.

- A chance de dois nós com um vizinho em comum estarem conectados tende a ser maior que a probabilidade de uma aresta entre dois nós aleatórios.

Coeficiente de clusterização

Redes reais possuem coeficientes de clusterização global bem maiores do que redes aleatórias.

Consequência do princípio de fecho triádico (*triadic closure*).

Evidências: em redes reais, os nós tendem a criar **grupos fortemente conectados**.

- A chance de dois nós com um vizinho em comum estarem conectados tende a ser maior que a probabilidade de uma aresta entre dois nós aleatórios.

Os coeficientes de clusterização local e global **permitem avaliar o cumprimento do princípio de fecho triádico em redes reais.**

Coeficiente de clusterização

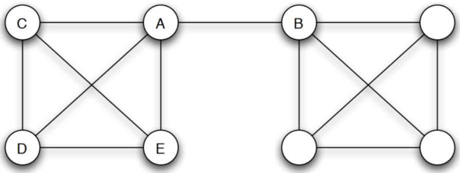
- **Facebook**: recomendações com base em amigos em comum. Fechamento de triângulos!

Coeficiente de clusterização

- **Facebook**: recomendações com base em amigos em comum. Fechamento de triângulos!
- Os sistemas de recomendação geralmente geram **altos coeficientes de clusterização** em redes complexas.

Resumo

Ponte

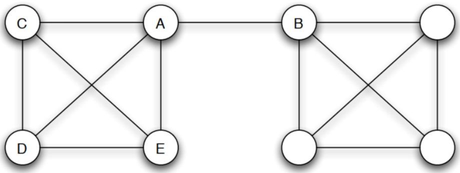


Lembrando:

Definição

Seja $G = (V, E)$ um grafo. A aresta $e \in E$ é uma ponte (ou aresta-de-corte) de G, se $c(G - e) = c(G) + 1$.

Ponte



Lembrando:

Definição

Seja $G = (V, E)$ um grafo. A aresta $e \in E$ é uma ponte (ou aresta-de-corte) de G, se $c(G - e) = c(G) + 1$.

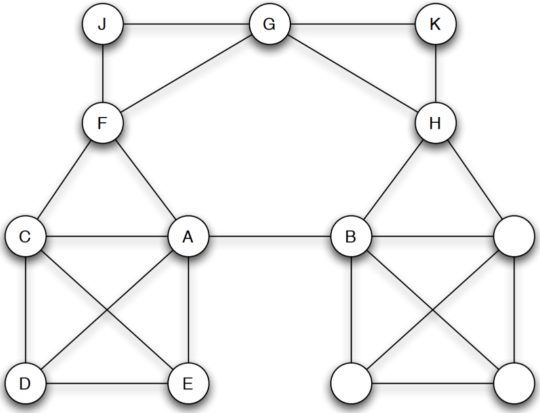
No exemplo acima, (A, B) é uma ponte.
A aresta (A, B) parece "importante" para os vértices A e B!

Ponte local

As pontes são raras em redes complexas reais! – O conceito não é muito útil. Muitas vezes, existe alguma forma alternativa de chegar de um nó a outro.

Ponte local

As pontes são raras em redes complexas reais! – O conceito não é muito útil. Muitas vezes, existe alguma forma alternativa de chegar de um nó a outro.



Ponte local

Podemos usar uma **definição mais "flexível"** de ponte:

Definição

Seja $G = (V, E)$ um grafo. A aresta $(a, b) \in E$ é uma ponte local (aresta-de-corte local) de G, se

$$dist_{G-(a,b)}(a, b) > 2.$$

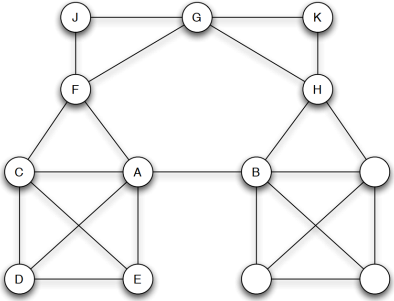
Ponte local

Podemos usar uma **definição mais "flexível"** de ponte:

Definição

Seja $G = (V, E)$ um grafo. A aresta $(a, b) \in E$ é uma ponte local (aresta-de-corte local) de G, se

$$dist_{G-(a,b)}(a, b) > 2.$$



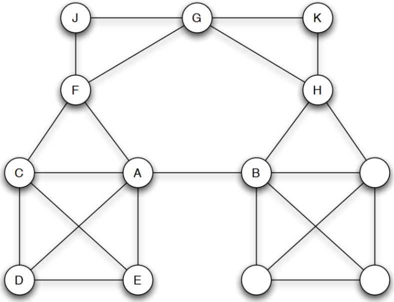
Ponte local

Podemos usar uma **definição mais "flexível"** de ponte:

Definição

Seja $G = (V, E)$ um grafo. A aresta $(a, b) \in E$ é uma ponte local (aresta-de-corte local) de G, se

$$dist_{G-(a,b)}(a, b) > 2.$$



Veja que uma aresta é uma ponte local se e somente se ela **não pertence a nenhum triângulo** na rede. Pode explicar por quê?

Arestas de corte locais

Pontes locais oferecem aos seus extremos a possibilidade de acessar partes da rede que, se não for pela aresta, estariam muito mais longe!

Arestas de corte locais

Pontes locais oferecem aos seus extremos a possibilidade de acessar partes da rede que, se não for pela aresta, estariam muito mais longe!

No exemplo sobre vínculos fracos e empregos:

Existe alguma relação entre um vínculo ser uma ponte local e ser uma aresta forte ou fraca?...

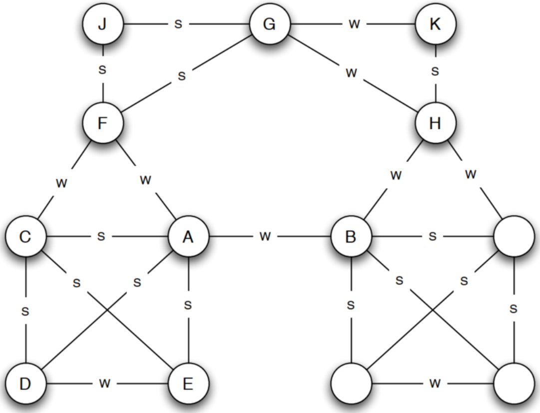
Resumo

A importância dos vínculos fracos

Vamos supor agora que temos uma rede rotulada, onde todas as arestas são ou **fortes**, ou **fracas**.

A importância dos vínculos fracos

Vamos supor agora que temos uma rede rotulada, onde todas as arestas são ou **fortes**, ou **fracas**.



A importância dos vínculos fracos

Princípio de fecho triádico em redes com vínculos fortes e fracos:

> *Sejam dois nós em uma rede, A e B, com um adjacente C em comum. Então, se as arestas (A, C) e (B, C) são fortes, há uma chance maior de A e B serem adjacentes nessa rede.*

A importância dos vínculos fracos

Princípio de fecho triádico em redes com vínculos fortes e fracos:

> *Sejam dois nós em uma rede, A e B, com um adjacente C em comum. Então, se as arestas (A, C) e (B, C) são fortes, há uma chance maior de A e B serem adjacentes nessa rede.*

Com base nesse princípio, vamos definir a propriedade chamada **fecho triádico forte**:

Fecho triádico forte

Um vértice A cumpre com o fecho triádico forte se, para todo par de arestas (A, B) e (A, C) incidentes ao vértice A, se (A, B) e (A, C) são fortes $\Rightarrow$ B e C são adjacentes.

A importância dos vínculos fracos

Princípio de fecho triádico em redes com vínculos fortes e fracos:

> *Sejam dois nós em uma rede, A e B, com um adjacente C em comum. Então, se as arestas (A, C) e (B, C) são fortes, há uma chance maior de A e B serem adjacentes nessa rede.*

Com base nesse princípio, vamos definir a propriedade chamada **fecho triádico forte**:

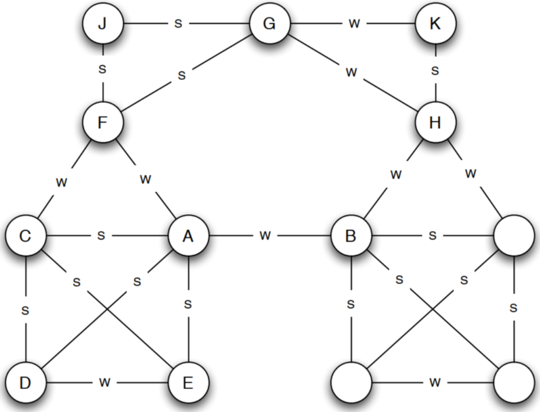
Fecho triádico forte

Um vértice A cumpre com o fecho triádico forte se, para todo par de arestas (A, B) e (A, C) incidentes ao vértice A, se (A, B) e (A, C) são fortes $\Rightarrow$ B e C são adjacentes.

Se um vértice A possui duas arestas fortes incidentes (A, B) e (A, C), mas não existe a aresta (B, C), então A descumpre (viola) a propriedade do fecho triádico forte.

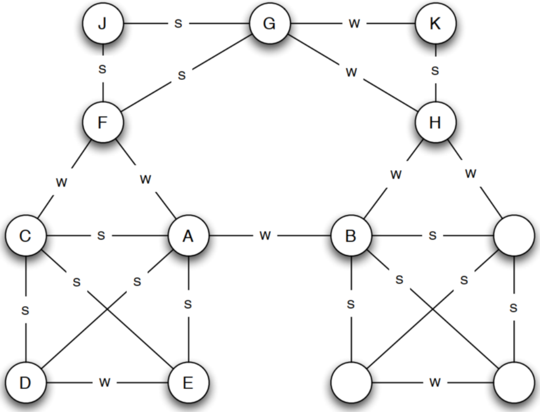
A importância dos vínculos fracos

Podemos verificar que **todos os nós** dessa rede **cumprem** com a propriedade do fecho triádico forte.



A importância dos vínculos fracos

Podemos verificar que **todos os nós** dessa rede **cumprem** com a propriedade do fecho triádico forte. E se a aresta (A, F) for forte?



A importância dos vínculos fracos

Existe uma relação entre o fecho triádico forte, uma propriedade local do nó, e a propriedade de uma aresta ser ponte local?

A importância dos vínculos fracos

Existe uma relação entre o fecho triádico forte, uma propriedade local do nó, e a propriedade de uma aresta ser ponte local?

Teorema

Se um vértice A de uma rede cumpre com o **fecho triádico forte**, e possui pelo menos 2 vínculos fortes, então toda **ponte local incidente no vértice** A é um **vínculo fraco**.

A importância dos vínculos fracos

Teorema

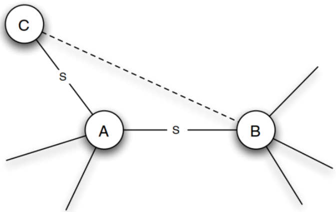
Se um vértice A de uma rede cumpre com o **fecho triádico forte**, e possui pelo menos 2 vínculos fortes, então toda **ponte local incidente no vértice** A é um **vínculo fraco**.

A importância dos vínculos fracos

Teorema

Se um vértice A de uma rede cumpre com o **fecho triádico forte**, e possui pelo menos 2 vínculos fortes, então toda **ponte local incidente no vértice** A é um **vínculo fraco**.

Prova (por contradição): Suponha que um vértice A da rede cumpre com o fecho triádico forte, e possui pelo menos dois vínculos fortes. Agora, seja (A, B) uma ponte local, e suponha por contradição que (A, B) é forte. O vértice A possui algum outro vínculo forte, seja ele com o vértice C. A aresta (B, C) existe pela propriedade do fecho triádico forte, o que implica que (A, B) não é uma ponte local, uma contradição.



A importância dos vínculos fracos

Voltando à pergunta inicial:

Mark Granovetter: Por que seus conhecidos, com quem o vínculo é mais fraco, e não seus amigos, ajudam você a descobrir um novo emprego?

A importância dos vínculos fracos

Voltando à pergunta inicial:

Mark Granovetter: Por que seus conhecidos, com quem o vínculo é mais fraco, e não seus amigos, ajudam você a descobrir um novo emprego?

Vínculos fracos geralmente reduzem as distâncias entre os nós. Pessoas do seu grupo normalmente têm acesso a informações e oportunidades semelhantes àquelas que você já conhece. Informações novas e empregos são muitas vezes obtidos a partir de pontes locais que conectam diferentes regiões da rede.

A importância dos vínculos fracos

Voltando à pergunta inicial:
Mark Granovetter: Por que seus conhecidos, com quem o vínculo é mais fraco, e não seus amigos, ajudam você a descobrir um novo emprego?

Vínculos fracos geralmente reduzem as distâncias entre os nós. Pessoas do seu grupo normalmente têm acesso a informações e oportunidades semelhantes àquelas que você já conhece. Informações novas e empregos são muitas vezes obtidos a partir de pontes locais que conectam diferentes regiões da rede.

Na prática, em redes reais, pontes locais de fato *costumam ser* vínculos fracos.

A importância dos vínculos fracos

Voltando à pergunta inicial:
Mark Granovetter: Por que seus conhecidos, com quem o vínculo é mais fraco, e não seus amigos, ajudam você a descobrir um novo emprego?

Vínculos fracos geralmente reduzem as distâncias entre os nós. Pessoas do seu grupo normalmente têm acesso a informações e oportunidades semelhantes àquelas que você já conhece. Informações novas e empregos são muitas vezes obtidos a partir de pontes locais que conectam diferentes regiões da rede.

Na prática, em redes reais, pontes locais de fato *costumam ser* vínculos fracos.

Para propagar uma informação de forma mais rápida, utilize vínculos fracos!

A importância dos vínculos fracos

Curiosidade: "The Strength of Weak Ties" (Mark Granovetter, 1973) tornou-se o artigo mais citado em sociologia.

Vínculos fracos

Muitas vezes, na sua pesquisa, você precisará descartar alguns vínculos mais fracos.

Vínculos fracos

Muitas vezes, na sua pesquisa, você precisará descartar alguns vínculos mais fracos.

Tenha cuidado!

Existem métodos científicos rigorosos para esta tarefa!

Vínculos fracos

Muitas vezes, na sua pesquisa, você precisará descartar alguns vínculos mais fracos.

Tenha cuidado!

Existem métodos científicos rigorosos para esta tarefa!

Exemplo de técnica para filtragem de vínculos (redução de ruído):

Tumminello et al., "*A tool for filtering information in complex systems*", PNAS (2005).
(com exemplos de aplicações para análise da estrutura do mercado de ações)

Vínculos fracos e redes reais: indo além do binário

Interseção de vizinhanças (*neighborhood overlap*):
Seja (A, B) uma aresta, e sejam $\mathcal{N}(A)$ e $\mathcal{N}(B)$ os vértices adjacentes a A e B, respectivamente, sem contar A e B. A interseção de vizinhanças (*neighborhood overlap*) da aresta (A, B) é o valor:

$$\frac{\mathcal{N}(A) \cap \mathcal{N}(B)}{\mathcal{N}(A) \cup \mathcal{N}(B)}.$$

O que significa este valor?

Vínculos fracos e redes reais: indo além do binário

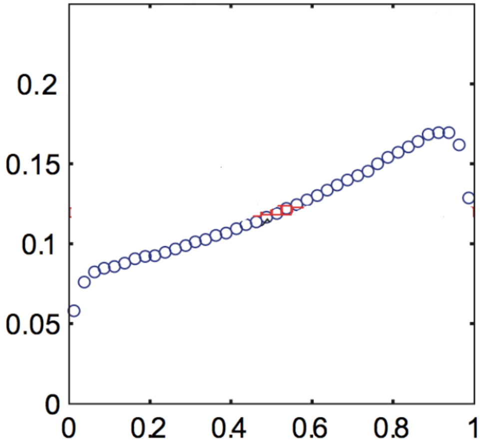
Interseção de vizinhanças (*neighborhood overlap*):
Seja (A, B) uma aresta, e sejam $\mathcal{N}(A)$ e $\mathcal{N}(B)$ os vértices adjacentes a A e B, respectivamente, sem contar A e B. A interseção de vizinhanças (*neighborhood overlap*) da aresta (A, B) é o valor:

$$\frac{\mathcal{N}(A) \cap \mathcal{N}(B)}{\mathcal{N}(A) \cup \mathcal{N}(B)}.$$

O que significa este valor? $\Rightarrow$ Valor fracionário que mostra quão perto está a aresta de ser uma ponte local.

Vínculos fracos e redes reais: indo além do binário

Neighborhood overlap vs Força do vínculo (rede de chamadas telefônicas).



Vínculos fracos e redes reais: indo além do binário

Se eu quiser desconectar uma rede conexa (dividir ela em várias componentes), quais arestas eu deveria "atacar" ou remover?

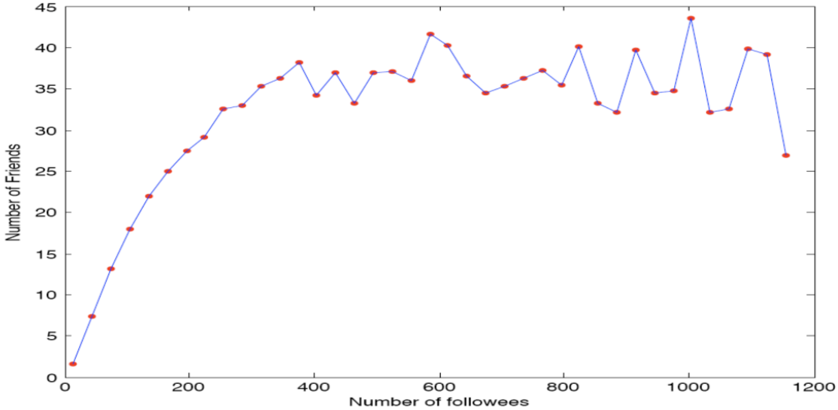
Aplicações

Exemplo de aplicação:

- Meninas adolescentes com um **baixo coeficiente de clusterização** em sua rede de amigos têm uma probabilidade **significativamente maior** de contemplar o **suicídio** do que aquelas com um coeficiente de clusterização elevado.

Aplicações

A **quantidade de vínculos fortes** que uma pessoa pode manter é limitado (ver **número de Dunbar**).



Fecho triádico vs Motifs

Motifs: subgrafos que são estatisticamente mais frequentes em uma rede específica ou em um grupo de redes. São "blocos básicos" de organização estrutural da rede.

- Cada *motif* define um padrão específico de interações entre os nós.
- Sua detecção é computacionalmente desafiadora.

Fecho triádico vs Motifs

Motifs: subgrafos que são estatisticamente mais frequentes em uma rede específica ou em um grupo de redes. São "blocos básicos" de organização estrutural da rede.

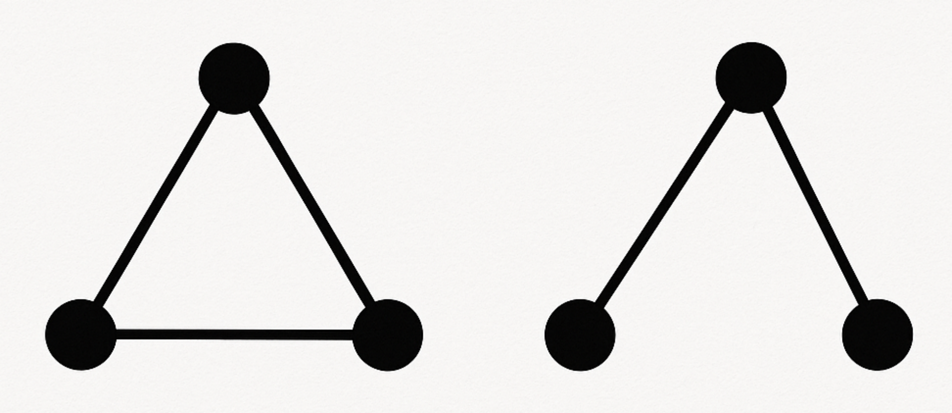
- Cada *motif* define um padrão específico de interações entre os nós.
- Sua detecção é computacionalmente desafiadora.

Anti-motif: subgrafo estatisticamente menos frequente em uma rede específica ou em um grupo de redes.

- Refletem restrições ou limitações estruturais na rede.

Fecho triádico vs Motifs

Qual destas subestruturas é um motif, e qual um anti-motif?



Fecho triádico vs Motifs

O termo *motif* ficou conhecido principalmente por causa do artigo na **Science**, que explora a ideia de procurar *motifs* às redes biológicas:

Network motifs: Simple building blocks of complex networks (Milo et al., 2002).

Fecho triádico vs Motifs

O termo *motif* ficou conhecido principalmente por causa do artigo na **Science**, que explora a ideia de procurar *motifs* às redes biológicas:

Network motifs: Simple building blocks of complex networks (Milo et al., 2002).

Provavelmente, a origem do termo *motif* está na música: um 'motivo' é uma sucessão de notas recorrente.

Exemplo: **Quinta Sinfonia de Beethoven**.

Generalizações dos coeficientes de clusterização

Como calcular os coeficientes de clusterização em redes ponderadas – *weighted clustering coefficient*? . . .

Existem diversas abordagens.

Generalizações dos coeficientes de clusterização

Como calcular os coeficientes de clusterização em redes ponderadas – *weighted clustering coefficient*? ...

Existem diversas abordagens. Uma delas é:

$$C_i^w = \frac{2}{d(v_i)(d(v_i) - 1)} \sum_{k>j} (\tilde{w}_{ij}\tilde{w}_{jk}\tilde{w}_{ki})^{\frac{1}{3}},$$

onde $\tilde{w}_{ij} = \frac{w_{ij}}{max_{ij}(w_{ij})}$.

- O valor $(\tilde{w}_{ij}\tilde{w}_{jk}\tilde{w}_{ki})^{\frac{1}{3}}$ é a média geométrica dos pesos das arestas. A ideia é: se o peso de uma das arestas é baixo, o 'peso do triângulo' é baixo.

Generalizações dos coeficientes de clusterização

Como calcular os coeficientes de clusterização em redes ponderadas – *weighted clustering coefficient*? . . .

Existem diversas abordagens. Uma delas é:

$$C_i^w = \frac{2}{d(v_i)(d(v_i)-1)} \sum_{k>j} (\tilde{w}_{ij}\tilde{w}_{jk}\tilde{w}_{ki})^{\frac{1}{3}},$$

onde $\tilde{w}_{ij} = \frac{w_{ij}}{max_{ij}(w_{ij})}$.

- O valor $(\tilde{w}_{ij}\tilde{w}_{jk}\tilde{w}_{ki})^{\frac{1}{3}}$ é a média geométrica dos pesos das arestas. A ideia é: se o peso de uma das arestas é baixo, o 'peso do triângulo' é baixo.
- Veja que o CC local é um caso particular desta fórmula.

Resumo

Em resumo:

- O princípio de **fecho triádico** (*triadic closure*) propõe que arestas ocorrem com maior frequência entre vértices que possuem adjacentes em comum.

Resumo

Em resumo:

- O princípio de **fecho triádico** (*triadic closure*) propõe que arestas ocorrem com maior frequência entre vértices que possuem adjacentes em comum.
- Os coeficientes de clusterização local e global permitem **avaliar** o cumprimento do princípio de fecho triádico em redes reais.

Resumo

Em resumo:

- O princípio de **fecho triádico** (*triadic closure*) propõe que arestas ocorrem com maior frequência entre vértices que possuem adjacentes em comum.
- Os coeficientes de clusterização local e global permitem **avaliar** o cumprimento do princípio de fecho triádico em redes reais.
- As **pontes e pontes locais** oferecem a possibilidade de acessar partes da rede que, sem a aresta, estariam muito mais longe, e costumam ser **vínculos fracos**.

Resumo

Em resumo:

- O princípio de **fecho triádico** (*triadic closure*) propõe que arestas ocorrem com maior frequência entre vértices que possuem adjacentes em comum.
- Os coeficientes de clusterização local e global permitem **avaliar** o cumprimento do princípio de fecho triádico em redes reais.
- As **pontes e pontes locais** oferecem a possibilidade de acessar partes da rede que, sem a aresta, estariam muito mais longe, e costumam ser **vínculos fracos**.
- Vínculos fracos nos ajudam a chegar a **regiões mais distantes** da rede, e **obter informações** de grupos de nós **diferentes** do grupo no qual estamos inseridos.

Resumo

$$\overline{C} = \frac{1}{n}\sum_i C_i$$

$$C = \frac{3\sum_{k>j>i} a_{ij}a_{ik}a_{jk}}{\sum_{k>j>i}(a_{ij}a_{ik} + a_{ji}a_{jk} + a_{ki}a_{kj})}$$

Resumo

$$\overline{C} = \frac{1}{n}\sum_i C_i$$

$$C = \frac{3\sum_{k>j>i} a_{ij}a_{ik}a_{jk}}{\sum_{k>j>i}(a_{ij}a_{ik} + a_{ji}a_{jk} + a_{ki}a_{kj})}$$

Qual deles será usado?

Resumo

$$\overline{C} = \frac{1}{n}\sum_i C_i \qquad C = \frac{3\sum_{k>j>i} a_{ij}a_{ik}a_{jk}}{\sum_{k>j>i}(a_{ij}a_{ik} + a_{ji}a_{jk} + a_{ki}a_{kj})}$$

Qual deles será usado? Depende da aplicação!

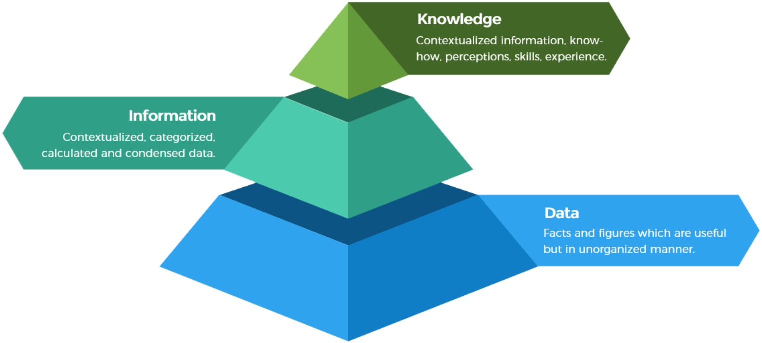
- $\overline{C}$: todos os vértices tem o mesmo peso ("todos os vértices são iguais").
- C: todos os triângulos tem o mesmo peso ("todos os triângulos são iguais").

Pergunta de controle

Qual é a relação entre o coeficiente de clusterização local e o grau do vértice em redes reais?

Resumo

Tomada de decisão (algoritmos, modelos, sistemas de recuperação da informação): **fecho triádico** $\Rightarrow$ vínculos fracos conectam regiões diferentes (remotas/distantes) da rede.



Dúvidas

Dúvidas?