Análise Sintática

Sandro Rigo
sandro@ic.unicamp.br

Introdução

- Análise Léxica:
  - Quebra a entrada em palavras conhecidas como *tokens*
- Análise Sintática:
  - Analisa a estrutura de frases do programa
- Análise Semântica:
  - Calcula o “significado” do programa

Analisador Sintático (Parser)

- Recebe uma seqüência de tokens do analisador léxico e determina se a string pode ser gerada através da gramática da linguagem fonte.
- É esperado que ele reporte os erros de uma maneira inteligível
- Deve se recuperar de erros comuns, continuando a processar a entrada

Introdução

- ERs são boas para definir a estrutura léxica de maneira declarativa
- Não são “poderosas” o suficiente para conseguir definir declarativamente a estrutura sintática de linguagens de programação

Introdução

- Exemplo de ER usando abreviações:
  - digits = [0-9]+
  - sum = (digits “+”)* digits
  - definem somas da forma **28+301+9**
- Como isso é implementado?
  - O analisador léxico substitui as abreviações antes de traduzir para um autômato finito
  - sum = ([0-9]+ “+”) * [0-9]+

Introdução

- É possível usar a mesma idéia para definir uma linguagem para expressões que tenham parênteses balanceados?
  - (1+(245+2))
- Tentativa:
  - digits = [0-9]+
  - sum = expr “+” expr
  - expr = “(“ sum “)” | digits

Introdução

- O analisador léxico substituiria *sum* em *expr:*
  - expr = “(“ expr “+” expr “)” | digits
- Depois substituiria expr no próprio expr:
  - expr = “(“ **(** “(“ expr “+” expr “)” | digits **)** “+” expr “)” | digits
- Continua tendo *expr’s* do lado direito!

Introdução

- Não é possível pois a linguagem de parênteses balanceados (L) não é regular
- Idéia da prova:
  - Teorema do bombeamento para LR:

Seja L uma LR. Então existe inteiro $p \geq 1$, dependendo de L, tal que toda string w in L de tamanho $\geq p$ pode ser escrita como $w = xyz$, satisfazendo:

- $|y| \geq 1$
- $|xy| \leq p$
- for all $i \geq 0$, $xy^iz \in L$

Introdução

- A prova pode ser feita por contradição
  - Assuma que L seja regular
  - Mostre que uma string que está em L não satisfaz o teorema
  - Para nosso caso, escolha uma string com um no. maior que p de “(“ no início.

Gramáticas Livre de Contexto

- As abreviações não acrescentam a ERs o poder de expressar recursão.
- É isso que precisamos para expressar a recursão mútua entre sum e expr
- E também para expressar a sintaxe de linguagens de programação

expr = ab(c|d)e ⇒ aux = c | d
expr = a b aux e

Gramáticas Livre de Contexto

- Descreve uma linguagem através de um conjunto de produções da forma:

symbol -> symbol symbol symbol … symbol

onde existem zero ou mais símbolos no lado direito.

- Produções funcionam como regras de substituição
- Símbolos:
    - terminais: pertencem ao alfabeto da linguagem
    - não-terminais: aparecem do lado esquerdo de alguma produção (variáveis)

Gramáticas Livre de Contexto

- Símbolos:
  - nenhum terminal aparece do lado esquerdo de uma produção
  - existe um não-terminal definido como start symbol
    - Normalmente é o da primeira regra

Gramáticas Livre de Contexto

$$\begin{array}{l} 1.\ A \rightarrow 0A1 \\ 2.\ A \rightarrow B \\ 3.\ B \rightarrow \# \end{array}$$

- Gerar cadeias da linguagem:
  1. Escreva a variável inicial.
  2. Encontre uma variável escrita e uma regra para essa variável. Substitua essa variável pelo lado direito da regra.
  3. Repita 2 até não restar variáveis

Gramáticas Livre de Contexto

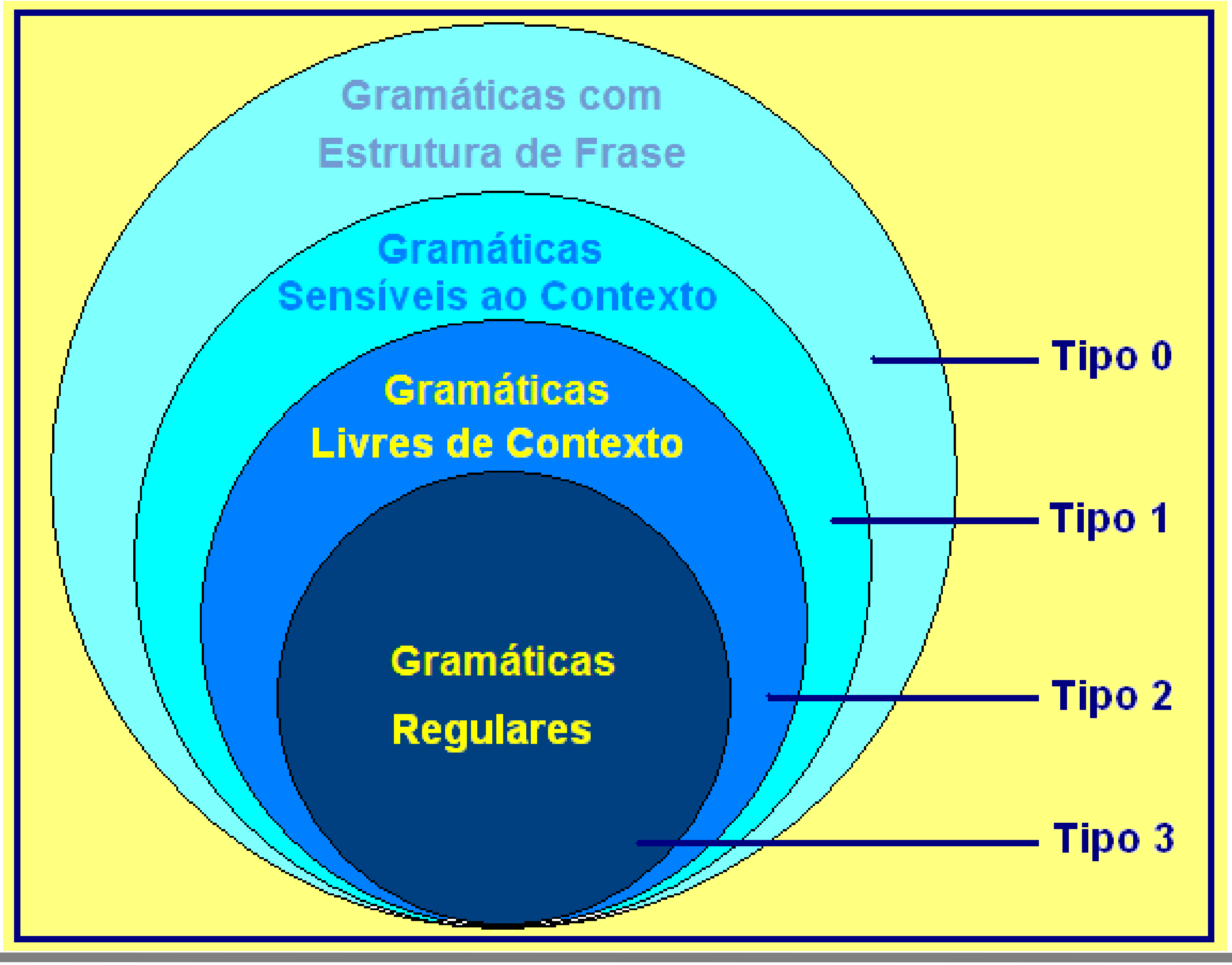
- A sequência de substituições é chamada de derivação
- Ex:
  - 000#111
  - A $\rightarrow$ 0A1 $\rightarrow$ 00A11 $\rightarrow$ ...
- Linguagem: O conjunto de todas as cadeias que podem ser geradas dessa maneira

Hierarquia de Chomsky

Grammar	Languages	Automaton	Production rules (constraints)
Type-0	Recursively enumerable	Turing machine	$\alpha \rightarrow \beta$ (no restrictions)
Type-1	Context-sensitive	Linear-bounded non-deterministic Turing machine	$\alpha A \beta \rightarrow \alpha \ \gamma \beta$
Type-2	Context-free	Non-deterministic push down automaton	$A \rightarrow \gamma$
Type-3	Regular	Finite state automaton	$A \rightarrow a$ and $A \rightarrow aB$

A e B non-terminals e $\alpha\beta\gamma$ strings of terminals and non-terminals, γ non empty

Hierarquia de Chomsky



Gramáticas Livre de Contexto

1. *SENTENCE* → *NOUN-PHRASE VERB-PHRASE*
2. *NOUN-PHRASE* → *CMPLX-NOUN* | *CMPLX-NOUN PREP-PHRASE*
3. *VERB-PHRASE* → *CMPLX-VERB* | *CMPLX-VERB PREP-PHRASE*
4. *PREP-PHRASE* → *PREP CMPLX-NOUN*
5. *CMPLX-NOUN* → *ARTICLE NOUN*
6. *CMPLX-VERB* → *VERB* | *VERB NOUN-PHRASE*
7. *ARTICLE* → a | the
8. *NOUN* → boy | girl | flower
9. *VERB* → touches | likes | sees
10. *PREP* → with

- Como é a derivação para:
  - a boy sees

Gramáticas Livre de Contexto

$1. S \rightarrow S ; S$
$2. S \rightarrow \mathrm{id} := E$
$3. S \rightarrow \mathrm{print}\ (L)$
$4. E \rightarrow \mathrm{id}$
$5. E \rightarrow \mathrm{num}$

$6. E \rightarrow E + E$
$7. E \rightarrow (S, E)$
$8. L \rightarrow E$
$9. L \rightarrow L, E$

```
id := num; id := id + (id := num + num, id)
```

Possível código fonte:

```
a : = 7;
b : = c + (d : = 5 + 6, d)
```

Derivações

`a : = 7; b : = c + (d : = 5 + 6, d)`

- *S*
- *S* ; *S*
- *S* ; id := *E*
- id := *E*; id := *E*
- id := num ; id := *E*
- id := num ; id := *E* + *E*
- id := num ; id := *E* + (*S*, *E*)
- id := num ; id := id + (*S*, *E*)
- id := num ; id := id + (id := *E*, *E*)
- id := num ; id := id + (id := *E* + *E*, *E*)
- id := num ; id := id + (id := *E* + *E*, id)
- id := num ; id := id + (id := num + *E*, id)
- id := num ; id := id + (id := num + num, id)

Derivações

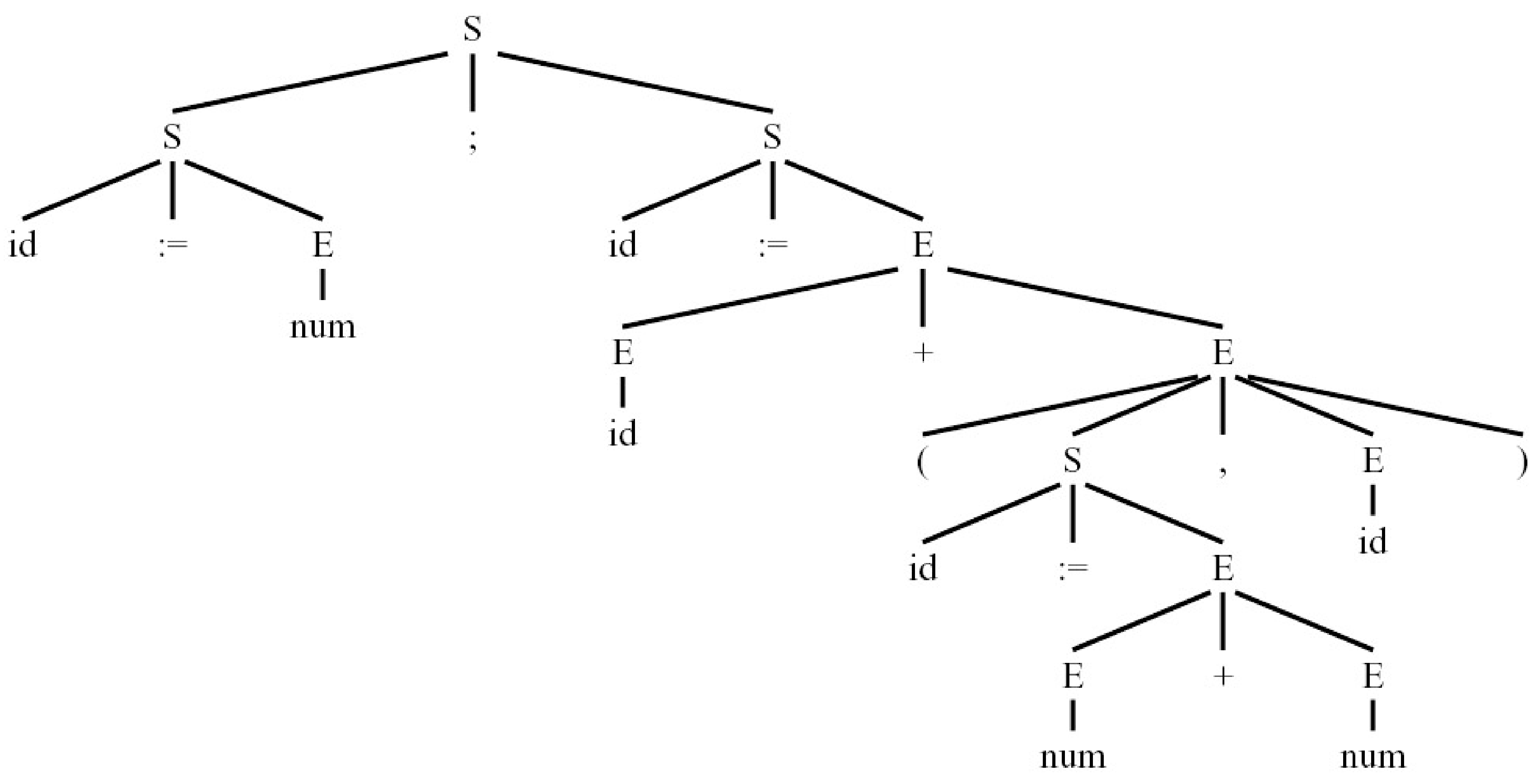
- *left-most:* o não terminal mais a esquerda é sempre o expandido;
- *right-most:* idem para o mais a direita.
- Qual é o caso do exemplo anterior?

Parse Trees

- Constrói-se uma árvore conectando-se cada símbolo em uma derivação ao qual ele foi derivado
- Duas derivações diferentes podem levar a uma mesma parse tree

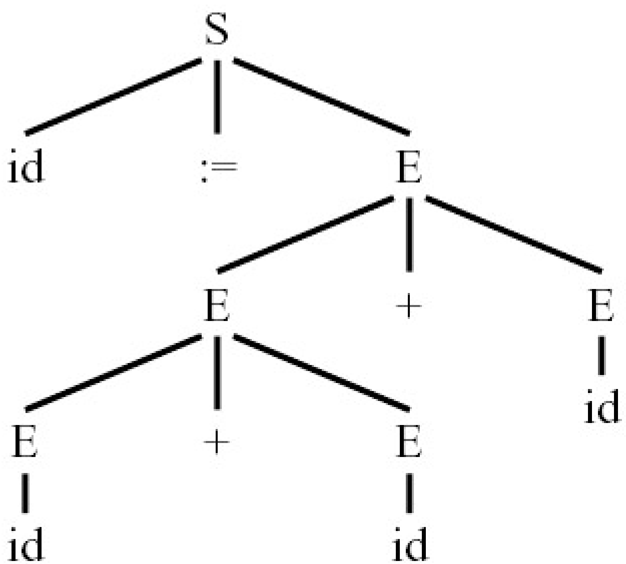
Parse Trees

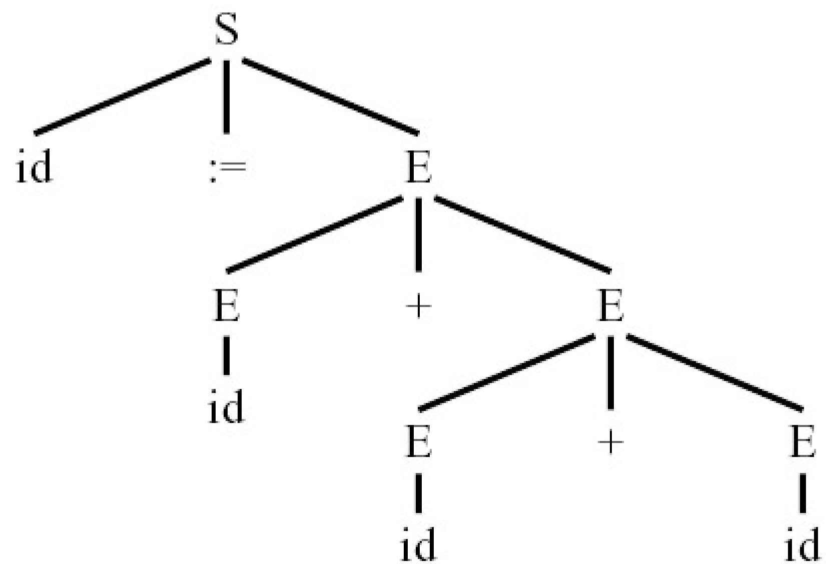
`a : = 7; b : = c + (d : = 5 + 6, d)`



Gramáticas Ambíguas

- Podem derivar uma sentença com duas *parse trees* diferentes
  - id := id+id+id





É Ambígua?

1. *SENTENCE* → *NOUN-PHRASE VERB-PHRASE*
2. *NOUN-PHRASE* → *CMPLX-NOUN* | *CMPLX-NOUN PREP-PHRASE*
3. *VERB-PHRASE* → *CMPLX-VERB* | *CMPLX-VERB PREP-PHRASE*
4. *PREP-PHRASE* → *PREP CMPLX-NOUN*
5. *CMPLX-NOUN* → *ARTICLE NOUN*
6. *CMPLX-VERB* → *VERB* | *VERB NOUN-PHRASE*
7. *ARTICLE* → a | the
8. *NOUN* → boy | girl | flower
9. *VERB* → touches | likes | sees
10. *PREP* → with

- Analise a sentença
  - the girl touches the boy with the flower

É Ambígua?

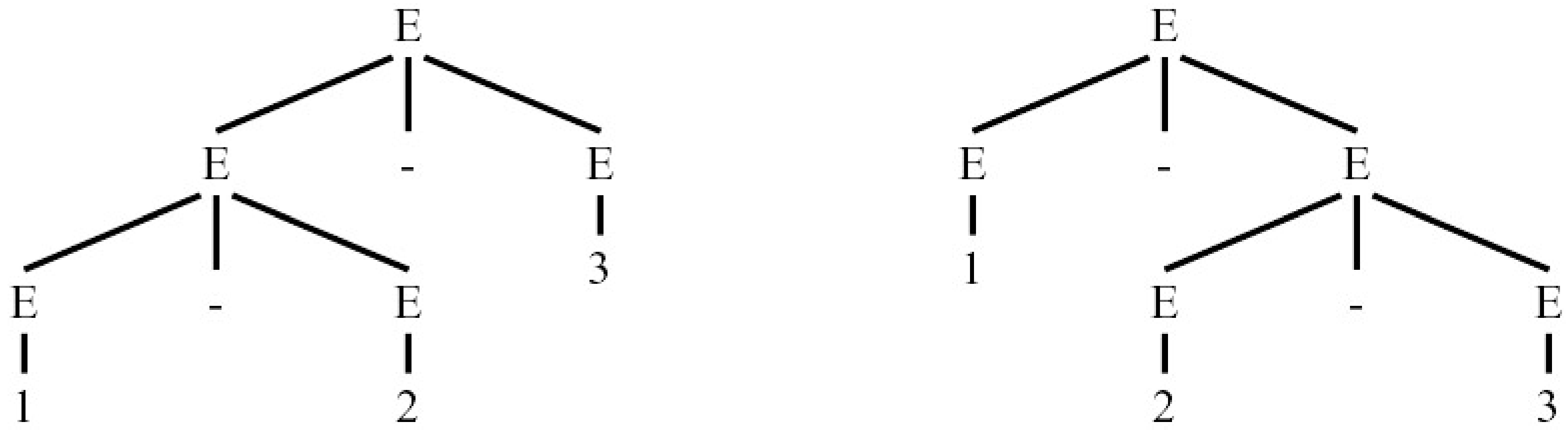
$$E \rightarrow \text{id}$$
$$E \rightarrow \text{num}$$
$$E \rightarrow E * E$$
$$E \rightarrow E \,/\, E$$
$$E \rightarrow E + E$$
$$E \rightarrow E - E$$
$$E \rightarrow (E)$$

Construa Parse Trees para as seguintes expressões:

1-2-3

1+2*3

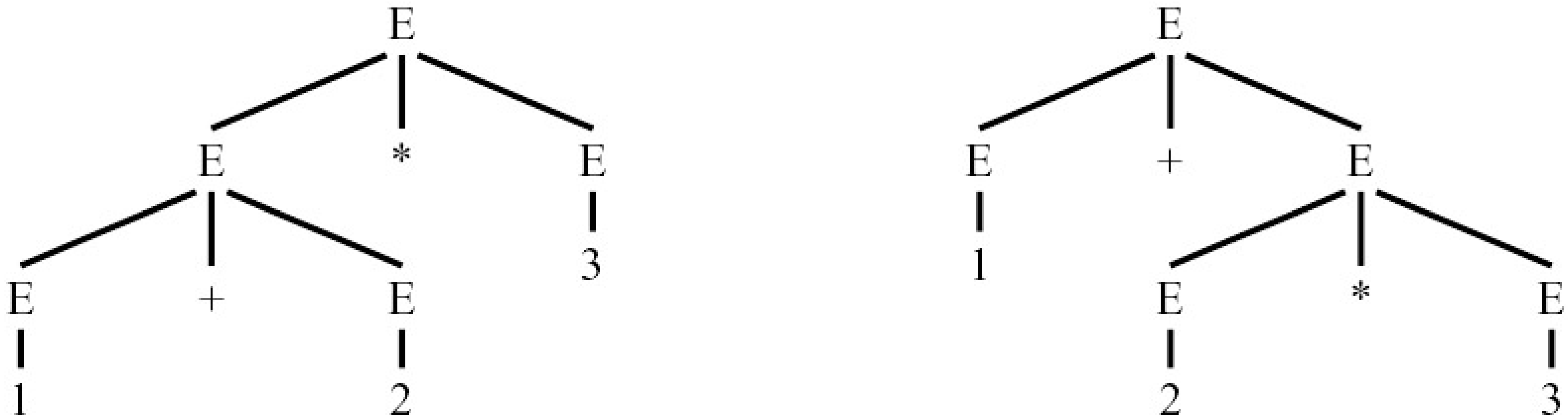
Exemplo: 1-2-3



Ambígua!

(1-2)-3 = -4 e 1-(2-3) = 2

Exemplo: 1+2*3



Ambígua!

(1+2)*3 = 9 e 1+(2*3) = 7

Gramáticas Ambíguas

- Gera uma mesma cadeia com duas árvores sintáticas diferentes
  - E não duas derivações diferentes! Pois podem apresentar a mesma estrutura
- Podemos formalizar assim:
  - Gramáticas ambíguas geram alguma cadeia ambiguamente
  - Uma cadeia é gerada ambiguamente se possui duas ou mais derivações mais à esquerda diferentes.

Gramáticas Ambíguas

- Os compiladores usam as parse trees para extrair o significado das expressões
- A ambiguidade se torna um problema
- Podemos, geralmente, mudar a gramática de maneira a retirar a ambigüidade

Gramáticas Ambíguas

- Alterando o exemplo anterior:
  - Queremos colocar uma precedência maior para * em relação ou + e –
  - Também queremos que cada operador seja associativo à esquerda:
    - (1-2)-3 e não 1-(2-3)
- Conseguimos isso introduzindo novos não-terminais

Gramática para Expressões

$E \rightarrow E + T$

$E \rightarrow E - T$

$E \rightarrow T$

$T \rightarrow T * F$

$T \rightarrow T / F$

$T \rightarrow F$

$F \rightarrow \text{id}$

$F \rightarrow \text{num}$

$F \rightarrow (E)$

Construa as derivações e Parse Trees para as seguintes expressões:

1-2-3

1+2*3

Gramática para Expressões

$E \rightarrow E + T$

$E \rightarrow E - T$

$E \rightarrow T$

$T \rightarrow T * F$

$T \rightarrow T / F$

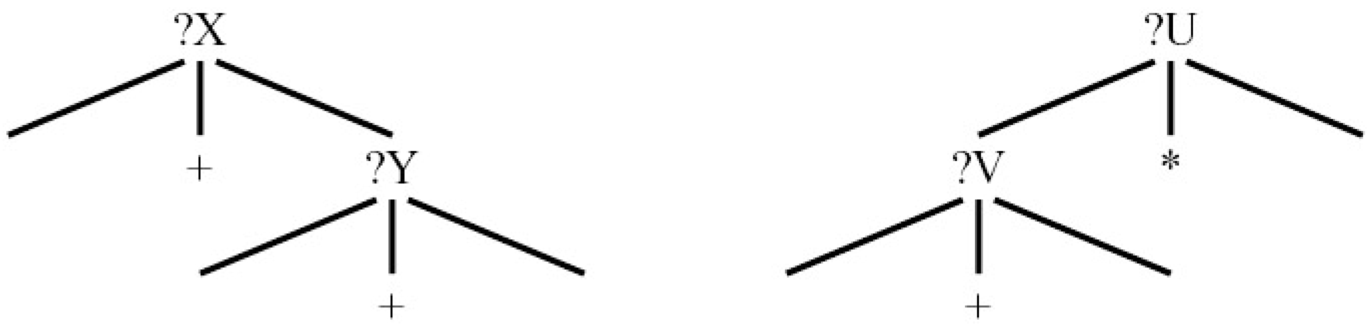
$T \rightarrow F$

$F \rightarrow \text{id}$

$F \rightarrow \text{num}$

$F \rightarrow (E)$

Essa gramática pode gerar as árvores abaixo?



Gramáticas Ambíguas

- Geralmente podemos trasformar uma gramática para retirar a ambigüidade
- Algumas linguagens não possuem gramáticas não ambíguas
- Mas elas não seriam apropriadas como linguagens de programação

Fim de Arquivo

$S \rightarrow E\ \$$

$E \rightarrow E + T$

$E \rightarrow E - T$

$E \rightarrow T$

$T \rightarrow T * F$

$T \rightarrow T / F$

$T \rightarrow F$

$F \rightarrow \text{id}$

$F \rightarrow \text{num}$

$F \rightarrow (E)$

Criar um novo não terminal como símbolo inicial

Parsing

- CFG geram as linguagens
- Parsers são reconhecedores das linguagens
- Para qualquer CFG é possível obter um parser que roda em $O(n^3)$
  - Algoritmos de Early[70] e CYK (Cocke-Younger-Kasami)[65,66]
- $O(n^3)$ é muito lento para programas grandes

Parsing

- Existem classes de gramáticas para as quais podemos construir parsers que rodam em tempo linear
- Exemplo:
  - LL: left-to-right, left-most derivation
  - LR: left-to-right, right-most derivation

Análise Descendente (Predictive Parsing)

- Também chamados de *recursive-descent* ou *top-down*
- É um algoritmo simples, capaz de fazer o parsing de gramáticas LL
- Cada produção se torna uma cláusula em uma função recursiva
- Temos uma função para cada não-terminal

Análise Descendente (Predictive Parsing)

$$E \rightarrow +EE$$

$$E \rightarrow *EE$$

$$E \rightarrow a|b$$

- Expressões pré-fixas
- Considere a cadeia +b*ab
- Como é sua derivação mais à esquerda?

Análise Descendente (Predictive Parsing)

- Análise descendente produz uma derivação à esquerda
- Precisa determinar a produção a ser usada para expandir o não-terminal corrente
- Vejamos um exemplo de implementação

Análise Descendente

$S \rightarrow if\ E\ then\ S\ else\ S$

$S \rightarrow begin\ S\ L$

$S \rightarrow print\ E$

$L \rightarrow end$

$L \rightarrow ;\ S\ L$

$E \rightarrow num = num$

Como seria um parser para essa gramática?

Análise Descendente

```
final int IF=1, THEN=2, ELSE=3, BEGIN=4, END=5, PRINT=6,
   SEMI=7, NUM=8, EQ=9;
int tok = getToken();
void advance() {tok=getToken();}
void eat(int t) {if (tok==t) advance(); else error();}
void S() {
  switch(tok) {
   case IF: eat(IF); E(); eat(THEN); S(); eat(ELSE); S();
   break;
   case BEGIN: eat(BEGIN); S(); L(); break;
   case PRINT: eat(PRINT); E(); break;
   default: error(); }}
 void L() {
   switch(tok) { case END: eat(END); break;
    case SEMI: eat(SEMI); S(); L(); break;
    default: error(); }}
 void E() { eat(NUM); eat(EQ); eat(NUM); }
```

Análise Descendente

$S \rightarrow E$ $

$E \rightarrow E + T$

$E \rightarrow E - T$

$E \rightarrow T$

$T \rightarrow T * F$

$T \rightarrow T / F$

$T \rightarrow F$

$F \rightarrow \text{id}$

$F \rightarrow \text{num}$

$F \rightarrow (E)$

Vamos aplicar a mesma técnica para essa outra gramática ...

Análise Descendente (Predictive Parsing)

- Como decidir entre E+T e E na função que implementa o não-terminal E?
  - Tanto E como T podem derivar cadeias começando com id, num ou (
  - E se você puder olhar um número k>1 de símbolos para frente na entrada?

Análise Descendente (Predictive Parsing)

- Como decidir entre E+T e E na função que implementa o não-terminal E?
  - Tanto E como T podem derivar cadeias começando com id, num ou (
  - E se você puder olhar um número k>1 de símbolos para frente na entrada?
    - Essas cadeias podem ter tamanho arbitrário
    - O problema permanece

Análise Descendente

```
void S() { E(); eat(EOF); }
void E() {switch (tok) {
    case ?: E(); eat(PLUS); T(); break;
    case ?: E(); eat(MINUS); T(); break;
    case ?: T(); break;
    default: error(); }}
 void T() {switch (tok) {
    case ?: T(); eat(TIMES); F(); break;
    case ?: T(); eat(DIV); F(); break;
    case ?: F(); break;
    default: error(); }}
```

Funciona ???

Como seria a execução para 1*2-3+4 ?

E para 1*2-3?

FIRST and FOLLOW sets

- Dada uma string γ de terminais e não terminais
  - FIRST(γ) é o conjunto de todos os terminais que podem iniciar uma string de terminais derivada de γ.
- Exemplo usando gramática anterior
  - γ = T*F
    - FIRST(γ) = {id ,num, (}

Predictive Parsing

- Se uma gramática tem produções da forma:
  - X -> γ1
  - X -> γ2
    - Caso os conjuntos FIRST(γ1) e FIRST(γ2) tenham intersecção, então a gramática não pode ser analisada com um *predictive parser*
- Por que?
  - A função recursiva não vai saber que caso executar

Calculando FIRST

- $Z \rightarrow d$
- $Z \rightarrow X\ Y\ Z$
- $Y \rightarrow$
- $Y \rightarrow c$
- $X \rightarrow Y$
- $X \rightarrow a$

- *Como seria para $\gamma = X\ Y\ Z$?*
- Podemos simplesmente fazer FIRST(XYZ) = FIRST (X) ?

Resumindo

- Nullable(X) é verdadeiro se X pode derivar a string vazia
- FIRST(*γ)* é o conjunto de terminais que podem iniciar strings derivadas de *γ*
- FOLLOW(X) é o conjunto de terminais que podem imediatamente seguir X
  - *t* Є FOLLOW(*X*) se existe alguma derivação contendo *Xt*
  - Cuidado com derivações da forma X Y Z *t, onde Y e Z* podem ser vazios

Definição FIRST, FOLLOW e nullable

Os menores conjuntos onde:

for each terminal symbol Z, FIRST[Z] = {Z}.

for each production $X \to Y_1 Y_2 \cdots Y_k$
  if $Y_1 \ldots Y_k$ are all nullable (or if $k = 0$)
    then nullable[X] = true
  for each i from 1 to k, each j from $i + 1$ to k
    if $Y_1 \cdots Y_{i-1}$ are all nullable (or if $i = 1$)
      then FIRST[X] = FIRST[X] $\cup$ FIRST[Y_i]
    if $Y_{i+1} \cdots Y_k$ are all nullable (or if $i = k$)
      then FOLLOW[Y_i] = FOLLOW[Y_i] $\cup$ FOLLOW[X]
    if $Y_{i+1} \cdots Y_{j-1}$ are all nullable (or if $i + 1 = j$)
      then FOLLOW[Y_i] = FOLLOW[Y_i] $\cup$ FIRST[Y_j]

Algoritmo FIRST, FOLLOW e nullable

Initialize FIRST and FOLLOW to all empty sets, and nullable to all false.

for each terminal symbol *Z* FIRST[*Z*] ← {*Z*}
repeat
  for each production *X* → *Y*1*Y*2 ... *Yk*
    if *Y*1 ... *Yk* are all nullable (or if *k* = 0) **then** nullable[*X*] ← true
    for each *i* from 1 to *k*, each *j* from *i* + 1 to *k*
      if *Y*1 ... *Yi*-1 are all nullable (or if *i* = 1)
        then FIRST[*X*] ← FIRST[*X*] U FIRST[*Yi*]
      if *Yi*+1 ... *Yk* are all nullable (or if *i* = *k*)
        then FOLLOW[*Yi*] ← FOLLOW[*Yi*] U FOLLOW[*X*]
      if *Yi*+1 ... *Yj* -1 are all nullable (or if *i* + 1 = *j*)
        then FOLLOW[*Yi*] ← FOLLOW[*Yi*] U FIRST[*Yj*]
until FIRST, FOLLOW, and nullable did not change in this iteration.

Algoritmo FIRST, FOLLOW e nullable

- Algoritmo de iteração até um ponto fixo
- Os conjuntos poderiam ser computados de maneira separada
- Mesmo método usado para *Є-closure*
- Aparece também no back-end, para dataflow analysis

Exemplo

- $Z \rightarrow d$
- $Z \rightarrow X\ Y\ Z$
- $Y \rightarrow$
- $Y \rightarrow c$
- $X \rightarrow Y$
- $X \rightarrow a$

	nullable	FIRST	FOLLOW
X	no		
Y	no		
Z	no		

Exemplo

- $Z \rightarrow d$
- $Z \rightarrow X\ Y\ Z$
- $Y \rightarrow$
- $Y \rightarrow c$
- $X \rightarrow Y$
- $X \rightarrow a$

	nullable	FIRST	FOLLOW
X	yes	a c	a c d
Y	yes	c	a c d
Z	no	a c d	

Generalizando para strings

- FIRST($X\gamma$) = FIRST[X], if not nullable[X]
- FIRST($X\gamma$) = FIRST[X] U FIRST(γ), if nullable[X]
- string γ é *nullable* se cada símbolo em γ é *nullable*

Construindo um Predictive Parser

- Cada função relativa a um não-terminal precisa conter uma cláusula para cada produção
- Precisa saber escolher, baseado no próximo *token*, qual a produção apropriada
- Isto é feito através da *predictive parsing table*

Construindo um Predictive Parser

- Dada uma produção $X \rightarrow \gamma$
- Para cada T Є FIRST(γ)
  - Coloque a produção $X \rightarrow \gamma$ na linha X, coluna T.
- Se γ é *nullable:*
  - Coloque a produção na linha X, coluna T para cada T Є FOLLOW[X].

Exemplo

- $Z \rightarrow d$
- $Z \rightarrow X\ Y\ Z$
- $Y \rightarrow$
- $Y \rightarrow c$
- $X \rightarrow Y$
- $X \rightarrow a$

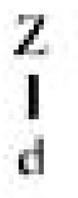
	nullable	FIRST	FOLLOW
X	yes	a c	a c d
Y	yes	c	a c d
Z	no	a c d	

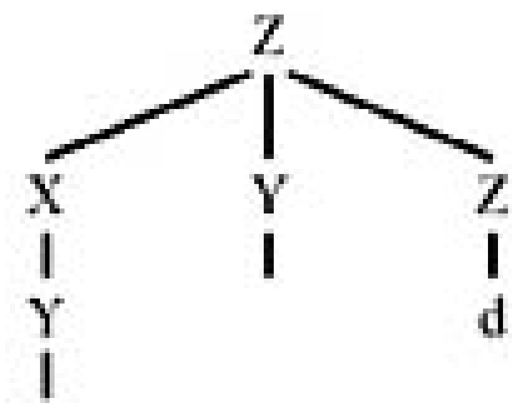
Funciona ???

	a	c	d
X	$X \rightarrow a$ $X \rightarrow Y$	$X \rightarrow Y$	$X \rightarrow Y$
Y	$Y \rightarrow$	$Y \rightarrow$ $Y \rightarrow c$	$Y \rightarrow$
Z	$Z \rightarrow XYZ$	$Z \rightarrow XYZ$	$Z \rightarrow d$ $Z \rightarrow XYZ$

Construindo um Predictive Parser

- Não!! Por quê?
  - A gramática é ambígua
  - Note que algumas células da tabela do predictive parser têm mais de uma entrada!
  - Isso sempre acontece com gramáticas ambíguas!





Construindo um Predictive Parser

- Linguagens cujas tabelas não possuam entradas duplicadas são denominadas de LL(1)
    - *Left to right parsing, leftmost derivation, 1-symbol lookahead*
- A definição de conjuntos FIRST pode ser generalizada para os primeiros *k* tokens de uma string
    - Gera uma tabela onde as linhas são os não-terminais e as colunas são todas as seqüências possíveis de *k* terminais

Construindo um Predictive Parser

- Isso é raramente feito devido ao tamanho explosivo das tabelas geradas
- Gramáticas analisáveis com tabelas LL(k) são chamadas LL(k)
- Nenhuma gramática ambígua é LL(k) para nenhum k!

Recursão à Esquerda

$S \rightarrow E$ $
$E \rightarrow E + T$
$E \rightarrow E - T$
$E \rightarrow T$
$T \rightarrow T * F$
$T \rightarrow T / F$
$T \rightarrow F$
$F \rightarrow \text{id}$
$F \rightarrow \text{num}$
$F \rightarrow (E)$

Consigo gerar um parser LL(1) para essa gramática?

Construindo um Predictive Parser

- Problema:
  - A função que implementa E precisa chamar a si mesma caso escolha E+T.
  - Porém, é a primeira ação dela, antes de avançar na cadeia de entrada
  - Laço infinito!
  - Acontece devido à recursão à esquerda
    - $E \rightarrow E + T$
    - $E \rightarrow E - T$
    - $T \rightarrow T * F$

Recursão à Esquerda

$S \rightarrow E$ $

$E \rightarrow E - T$

$E \rightarrow E + T$

$E \rightarrow T$

$T \rightarrow T * F$

$T \rightarrow T / F$

$T \rightarrow F$

$F \rightarrow \text{id}$

$F \rightarrow \text{num}$

$F \rightarrow (E)$

Gramáticas com recursão à esquerda não podem ser LL(1)

- $E \rightarrow TE'$
- $E' \rightarrow +TE'$
- $E' \rightarrow$

Fatoração (recursão à direita)!

Recursão à Esquerda

Generalizando:

- Tendo $X \rightarrow X\gamma$ e $X \rightarrow \alpha$, onde α não começa com X
- Derivamos strings da forma $\alpha\gamma^*$
  - α seguido de zero ou mais γ.
- Podemos reescrever:

$$\begin{pmatrix} X \rightarrow X\,\gamma_1 \\ X \rightarrow X\,\gamma_2 \\ X \rightarrow \alpha_1 \\ X \rightarrow \alpha_2 \end{pmatrix} \Longrightarrow \begin{pmatrix} X \rightarrow \alpha_1\,X' \\ X \rightarrow \alpha_2\,X' \\ X' \rightarrow \gamma_1\,X' \\ X' \rightarrow \gamma_2\,X' \\ X' \rightarrow \end{pmatrix}$$

Eliminando Recursão à Esquerda

- $S \rightarrow E\ \$$
- $E \rightarrow T\ E'$
- $E' \rightarrow +\ T\ E'$
- $E' \rightarrow -\ T\ E'$
- $E' \rightarrow$
- $T \rightarrow F\ T'$
- $T' \rightarrow *\ F\ T'$
- $T' \rightarrow /\ F\ T'$
- $T' \rightarrow$
- $F \rightarrow$ id
- $F \rightarrow$ num
- $F \rightarrow (E)$

	nullable	FIRST	FOLLOW
S	no	(id num	
E	no	(id num	) \$
E'	yes	+ -	) \$
T	no	(id num	) + - \$
T'	yes	* /	) + - \$
F	no	(id num	) * / + - \$

Eliminando Recursão à Esquerda

- $S \rightarrow E\ \$$
- $E \rightarrow T\ E'$
- $E' \rightarrow +\ T\ E'$
- $E' \rightarrow -\ T\ E'$
- $E' \rightarrow$
- $T \rightarrow F\ T'$
- $T' \rightarrow *\ F\ T'$
- $T' \rightarrow /\ F\ T'$
- $T' \rightarrow$
- $F \rightarrow$ id
- $F \rightarrow$ num
- $F \rightarrow (E)$

	+	*	id	(	)	\$
S			$S \rightarrow E\$$	$S \rightarrow E\$$		
E			$E \rightarrow TE'$	$E \rightarrow TE'$		
E'	$E' \rightarrow +TE'$				$E' \rightarrow$	$E' \rightarrow$
T			$T \rightarrow FT'$	$T \rightarrow FT'$		
T'	$T' \rightarrow$	$T' \rightarrow *FT'$			$T' \rightarrow$	$T' \rightarrow$
F			$F \rightarrow$ id	$F \rightarrow (E)$		

Fatoração à Esquerda

- Um outro problema para predictive parsing ocorre em situações do tipo:

$$S \rightarrow \text{if } E \text{ then } S \text{ else } S$$
$$S \rightarrow \text{if } E \text{ then } S$$

- Regras do mesmo não terminal começam com os mesmo símbolos

Fatoração à Esquerda

- Criar um novo não-terminal para os finais permitidos:

$$S \rightarrow \text{if } E \text{ then } S\ X$$
$$X \rightarrow$$
$$X \rightarrow \text{else } S$$

- Gramática ainda é ambígua, mas conflito pode ser resolvido escolhendo sempre a regra para else.

Recuperação de Erros

- Uma entrada em branco na tabela indica um caractere não esperado
- Parar o processo no primeiro erro encontrado não é desejável
- Duas alternativas:
  - Inserir símbolo:
    - Assume que encontrou o que esperava
  - Deletar símbolo(s):
    - Pula tokens até que um elemento do FOLLOW seja atingido.

Recuperação de Erros

```
void T() {
  switch (tok) {
   case ID:
   case NUM:
   case LPAREN: F(); Tprime(); break;
   default: print("expected id, num, or
  left-paren");
}}
```

Recuperação de Erros

```
int Tprime_follow [] = {PLUS, RPAREN, EOF};
void Tprime() {
 switch (tok) {
   case PLUS: break;
   case TIMES: eat(TIMES); F(); Tprime(); break;
   case RPAREN: break;
   case EOF: break;
   default: print("expected +, *, right-paren, or
  end-of-file");
   skipto(Tprime_follow);
 }}
```