



Lista de exercícios 09 - Programação linear

Esta lista é avaliativa e as respostas devem ser entregues em um arquivo .pdf ao professor via o Google Sala de Aula. Embora seja possível discutir os exercícios com seus colegas, as entregas devem ser feitas de forma individual.

1. Selecione um dos problemas desta lista e para ele entregue:
 - (a) Um programa linear explicando as variáveis, função objetivo e restrições.
 - (b) O programa dual do entregue no item anterior. Proponha uma interpretação para as variáveis duais.
 - (c) Uma solução viável mas não ótima do primal e, usando folgas complementares, mostre como deduzir que tal solução não é ótima.
 - (d) Uma solução ótima do primal e, usando folgas complementares, mostre como provar a otimalidade.
 - (e) Nos dois itens anteriores, explique o passo a passo.
 - (f) Codifique o primal usando Python e pulp. Solucione-o.

2. Uma indústria química fabrica três produtos: **Ácido Sulfúrico**, **Amônia** e **Metanol**. Esses produtos são feitos a partir de três tipos de matérias-primas: **Gás Natural**, **Oxigênio** e **Nitrogênio**. Cada produto tem um custo de produção e gera um certo lucro. A fábrica tem limites de poluição que devem ser respeitados, além de restrições de disponibilidade de matéria-prima e de horas de trabalho. O objetivo é maximizar o lucro total da empresa, respeitando essas limitações.

Produtos:

Produto	Lucro unitário (R\$)	Custo unitário (R\$)	Emissão de Poluição (kg/unidade)
Ácido Sulfúrico	50	20	3
Amônia	40	15	2
Metanol	60	25	4

Requerimento de matérias-primas:

Produto	Gás Natural (kg)	Oxigênio (kg)	Nitrogênio (kg)
Ácido Sulfúrico	2	3	1
Amônia	1	2	3
Metanol	3	2	2

Disponibilidade de recursos:

- **Gás Natural:** 200 kg
- **Oxigênio:** 300 kg
- **Nitrogênio:** 150 kg
- **Limite de poluição total:** 500 kg

- **Horas de trabalho disponíveis por semana:** 400 horas

Requerimento de horas de trabalho por unidade produzida:

- **Ácido Sulfúrico:** 5 horas
- **Amônia:** 3 horas
- **Metanol:** 6 horas

3. Uma fazenda deseja planejar o cultivo de três tipos de grão: **Milho**, **Soja** e **Trigo**. Cada grão gera um lucro específico e requer uma quantidade limitada de recursos, como fertilizantes, água e pesticidas. Além disso, há restrições de rotação de cultivos para manter a qualidade do solo, exigindo que a área total alocada ao trigo não seja inferior a 30% do total e que a soma das áreas para milho e soja não ultrapasse 70%.

O objetivo da fazenda é maximizar o lucro total, respeitando essas limitações.

Cultivos:

Grãos	Lucro por hectare (R\$)	Custo por hectare (R\$)	Necessidade de		
			Água (m^3 /ha)	Fertilizante (kg/ha)	Pesticida (L/ha)
Milho	3000	1500	2000	50	4
Soja	3500	1800	1700	70	3
Trigo	2500	1200	1500	40	2

Recursos disponíveis:

- **Área total disponível:** 150 hectares
- **Água total disponível:** 280,000 m^3
- **Fertilizante total disponível:** 7,500 kg
- **Pesticida total disponível:** 500 L

Restrições de rotação e alocação de cultivos:

- A área total destinada ao **trigo** deve ser no mínimo 30% da área total.
- A soma das áreas alocadas para **milho** e **soja** não pode exceder 70% da área total.

4. Uma empresa farmacêutica está planejando a produção de três tipos de medicamentos: **Anal-gésico**, **Antibiótico** e **Antialérgico**. Cada medicamento requer uma quantidade específica de ingredientes e tempo de máquina, e oferece um lucro específico por unidade produzida.

A empresa tem uma capacidade limitada de ingredientes e de horas de máquina disponíveis e precisa atender a uma demanda mínima para cada medicamento devido a compromissos contratuais. O objetivo é maximizar o lucro total da produção, respeitando essas limitações.

Medicamentos:

Medicamento	A (g/unidade)	B (g/unidade)	Ingredientes		Lucro unitário (R\$)
			Tempo de Máquina (h/unidade)		
Anal-gésico	10	5	0.5		8
Antibiótico	15	8	0.8		12
Antialérgico	12	10	0.6		10

Recursos disponíveis:

- **Ingrediente A total disponível:** 3000 g

- **Ingrediente B total disponível:** 2000 g
- **Tempo de máquina disponível:** 150 horas

Demanda mínima:

- **Analgésico:** 100 unidades
- **Antibiótico:** 50 unidades
- **Antialérgico:** 75 unidades

5. Uma cervejaria está planejando a produção de três tipos de cerveja: **Cerveja Lager**, **Cerveja Ale** e **Cerveja IPA**. Cada tipo de cerveja requer uma quantidade específica de ingredientes (malte, lúpulo e água) e oferece um lucro diferente por litro produzido.

A cervejaria tem uma capacidade limitada de ingredientes e água disponíveis e precisa respeitar as demandas mínimas de produção para cada tipo de cerveja. O objetivo é maximizar o lucro total da produção, respeitando essas limitações.

Tipos de Cerveja:

Cerveja	Malte (kg/L)	Lúpulo (g/L)	Água (L/L)	Lucro por Litro (R\$)	Demanda Mínima (L)
Lager	0.4	10	1	5	200
Ale	0.5	15	1.2	6	150
IPA	0.6	20	1.5	7	100

Recursos disponíveis:

- **Malte total disponível:** 1500 kg
- **Lúpulo total disponível:** 100 kg
- **Água total disponível:** 4000 L

6. Uma vinícola está planejando a produção de três tipos de vinhos: **Vinho Tinto**, **Vinho Branco** e **Vinho Rosé**. Cada tipo de vinho requer uma quantidade específica de uvas e tempo de envelhecimento, e oferece um lucro diferente por garrafa produzida.

A vinícola tem uma capacidade limitada de uvas e de espaço disponível para envelhecer os vinhos, precisando respeitar a demanda mínima para cada tipo de vinho. O objetivo é maximizar o lucro total da produção, respeitando essas limitações.

Tipos de Vinho:

Vinho	Uvas (kg/garrafa)	Espaço (m^2 /garrafa)	Lucro por Garrafa (R\$)	Demanda Mínima (garrafas)
Tinto	1.2	0.1	50	100
Branco	0.8	0.1	40	80
Rosé	1.0	0.1	45	60

Recursos disponíveis:

- **Uvas total disponível:** 1500 kg
- **Espaço total:** 70 m^3

7. Uma fábrica de sorvetes está planejando a produção de três tipos de sorvete: **Sorvete de Chocolate**, **Sorvete de Baunilha** e **Sorvete de Morango**. Cada tipo de sorvete requer uma

quantidade específica de ingredientes (leite, açúcar e saborizantes) e oferece um lucro diferente por litro produzido.

A fábrica tem uma capacidade limitada de ingredientes e recursos de produção, e precisa respeitar a demanda mínima para cada tipo de sorvete. O objetivo é maximizar o lucro total da produção, respeitando essas limitações.

Tipos de Sorvete:

Sorvete	Leite (L/L)	Açúcar (kg/L)	Saborizantes (g/L)	Lucro por Litro (R\$)	Demanda Mínima (L)
Chocolate	0.5	0.1	10	12	80
Baunilha	0.4	0.15	8	10	60
Morango	0.45	0.12	9	11	50

Recursos disponíveis:

- Leite total disponível: 500 L
- Açúcar total disponível: 80 kg
- Saborizantes totais disponíveis: 2000 g