

Nome: _____

RA: _____ Assinatura: _____

Observações:

- Leia com cuidado o enunciado da questão antes de começar. Você pode solicitar esclarecimentos durante o teste.
- Explique e justifique a sua resposta.
- Você também pode obter pontos por uma resposta parcial.
- É proibido qualquer tipo de consulta bibliográfica.
- O teste é individual, qualquer detecção de fraude implicará em zerar a nota da disciplina.

Questão 1. Considere o seguinte problema. São dadas n tarefas a serem executadas em duas máquinas M_1 e M_2 . A tarefa j leva $p_{ij} > 0$ unidades de tempo se executada na máquina M_i e cada tarefa deve ser atribuída a exatamente uma máquina. O objetivo é minimizar o *makespan*, isto é, o maior tempo total de processamento dentre as duas máquinas.

Considere o seguinte programa linear (PL):

$$\begin{aligned} & \min t \\ & \text{s.a.:} \\ & x_{1j} + x_{2j} = 1 \quad \forall j \in \{1, 2, \dots, n\} \\ & \sum_{j=1}^n p_{ij} \cdot x_{ij} \leq t \quad \forall i \in \{1, 2\} \\ & t \geq 0, x_{ij} \geq 0 \quad \forall i \in \{1, 2\}, j \in \{1, 2, \dots, n\} \end{aligned}$$

Seja (x^*, t^*) uma solução ótima do PL.

- (4 pontos) Mostre por que t^* é um limitante inferior para o *makespan* ótimo.
- (3 pontos) Construa uma solução a partir de x^* da seguinte maneira: atribua cada tarefa j a uma máquina i para a qual $x_{ij}^* \geq \frac{1}{2}$. Demonstre que tal solução é viável.
- (3 pontos) Prove que o algoritmo é uma 2-aproximação.