

Nome: _____

RA: _____ Assinatura: _____

Observações:

- Leia com cuidado o enunciado da questão antes de começar. Você pode solicitar esclarecimentos durante o teste.
- Explique e justifique a sua resposta.
- Você também pode obter pontos por uma resposta parcial.
- É proibido qualquer tipo de consulta bibliográfica.
- O teste é individual, qualquer detecção de fraude implicará em zerar a nota da disciplina.

Questão 1. O diretor do laboratório em que você trabalha propõe trabalhar em dois grandes projetos de pesquisa, mas sabe que alguns colegas não conseguem trabalhar bem juntos. Para minimizar os conflitos internos em cada projeto, ele propõe dividir os membros do laboratório em dois grupos, de forma que se maximize o número de conflitos entre os membros de grupos diferentes.

Tal situação pode ser modelada por um grafo, em que os vértices representam as pessoas e há uma aresta entre duas pessoas se elas não conseguem trabalhar juntas. O objetivo é particionar os vértices em dois conjuntos, de forma a maximizar o número de arestas com uma ponta em cada conjunto.

Para resolver o problema, o diretor pensou em aplicar a seguinte busca local, já que buscas locais costumam ser eficientes e produzir boas soluções.

Comece com um particionamento qualquer. Enquanto existir um vértice v tal que, ao mudá-lo de conjunto, o número de arestas entre os conjuntos aumente, faça essa mudança.

O diretor pede a sua ajuda para analisar se o algoritmo é, de fato, eficiente (isto é, se termina em tempo polinomial) e para analisar a qualidade da solução que ele obtém. Para ajudar o diretor do laboratório, responda às seguintes questões:

- (a) **(3 pontos)** Mostre que o algoritmo termina em tempo polinomial.
- (b) **(7 pontos)** Mostre que a solução obtida é uma $1/2$ -aproximação.
- (c) **(2 pontos extra)** Dê um exemplo em que um ótimo local não é solução ótima.