

Aplicações de Aproximação Matemática em Computação Visual

JORGE STOLFI

Instituto de Computação

Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP)
Caixa Postal 6176 – 13084-971 Campinas, SP, Brasil
`stolfi@ic.unicamp.br`

Talk at Jornadas de Matemática, PUC-Rio, 19/apr/2007.

19 de abril de 2007

Resumo

“*Computação visual*” é um nome conveniente para o conjunto de disciplinas que estudam a análise, processamento, geração e modelagem de imagens e vídeos digitais. Assim, este rótulo inclui geometria computacional, modelagem geométrica, síntese de imagens e animações, visualização científica, visão computacional, codificação e processamento de imagens e reconhecimento de padrões. Este conjunto de disciplinas tem uma enorme gama de aplicações práticas, desde ciência básica a entretenimento e publicidade.

Por *aproximação matemática* entende-se a substituição de um fenômeno real ou modelo matemático complexo por um modelo mais simples ou mais eficiente, *com garantias teóricas ou experimentais sobre os erros decorrentes dessa substituição*. O conceito é tão antigo quanto a própria matemática (haja visto, por exemplo, o trabalho de Arquimedes sobre a quadratura do círculo), e é a base de toda a computação numérica.

Nesta apresentação, procuraremos mostrar que aproximações matemáticas são técnicas fundamentais para resolver todo tipo de problemas em computação visual. Na verdade, os próprios conceitos básicos da área, como *imagem* e *modelo geométrico*, são apenas aproximações matemáticas finitas de objetos físicos ou virtuais infinitamente complexos — e devem ser tratados como tais.

APLICAÇÕES DE APROXIMAÇÃO MATEMÁTICA EM COMPUTAÇÃO VISUAL

JORGE STOLFI

Instituto de Computação (IC)

Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP)

Campinas, SP, Brasil

`stolfi@ic.unicamp.br`

- Computação visual.
- Aproximação matemática.
- Imagens digitais.
- Captura de imagens.
- Reconstrução de imagens.
- Imagens como aproximações.
- Bases para aproximação.

- Processamento de imagens e vídeos.
- Modelagem geométrica.
- Geometria computacional.
- Síntese de imagens e vídeos.
- Visão computacional
- reconhecimento de padrões.

Aproximação matemática:

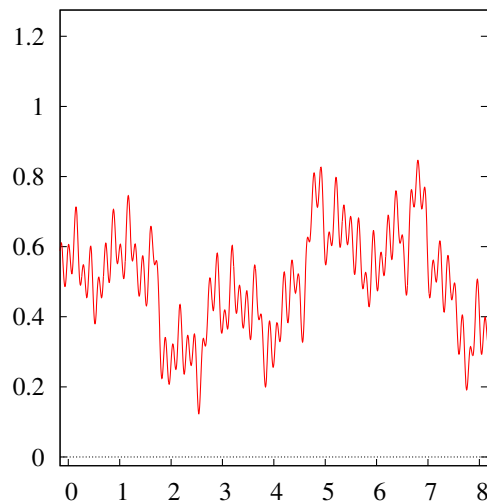
- Objeto real ou matemático (impraticável).
- Modelo matemático (mais conveniente).
- Garantias de validade.
- Computação efetiva.

A imagem digital como matriz de números:

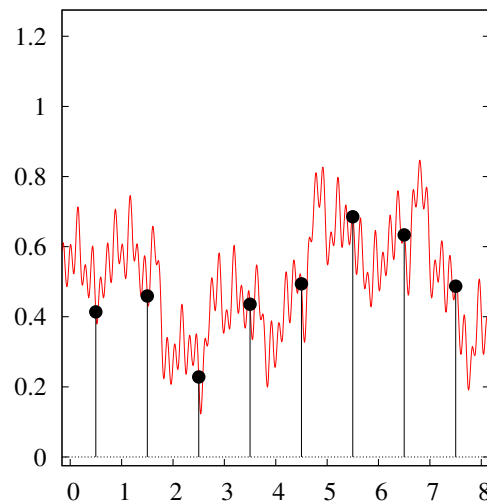
254	255	253	253	255	254	254	254	255	253	253	255	254
255	253	255	245	175	148	149	148	175	244	255	253	255
253	255	225	127	191	242	250	243	191	126	225	255	253
255	247	126	229	255	251	255	251	255	229	126	247	255
255	173	185	255	9	99	255	99	9	255	185	173	255
255	148	237	255	101	160	255	160	101	255	237	148	255
255	151	245	224	255	254	254	254	255	225	245	150	255
255	148	241	161	232	255	253	255	232	161	241	148	255
255	172	190	223	103	206	240	207	103	223	191	172	255
255	247	125	233	223	115	99	115	223	233	125	247	255
253	255	226	125	198	255	253	255	198	125	226	255	253
255	253	255	245	174	145	149	145	174	245	255	253	255
254	255	253	253	255	254	254	254	255	253	253	255	254



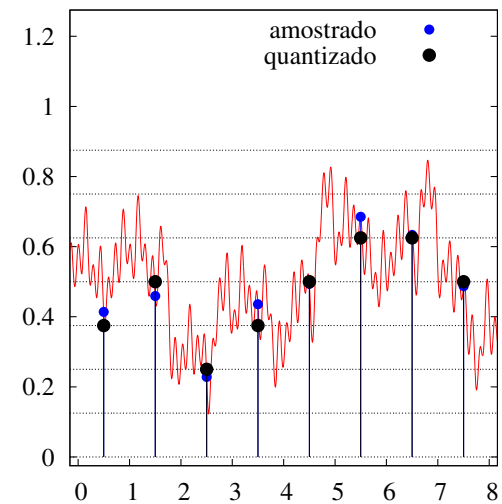
Captura de um sinal Exemplo: linha de uma imagem



Sinal Original

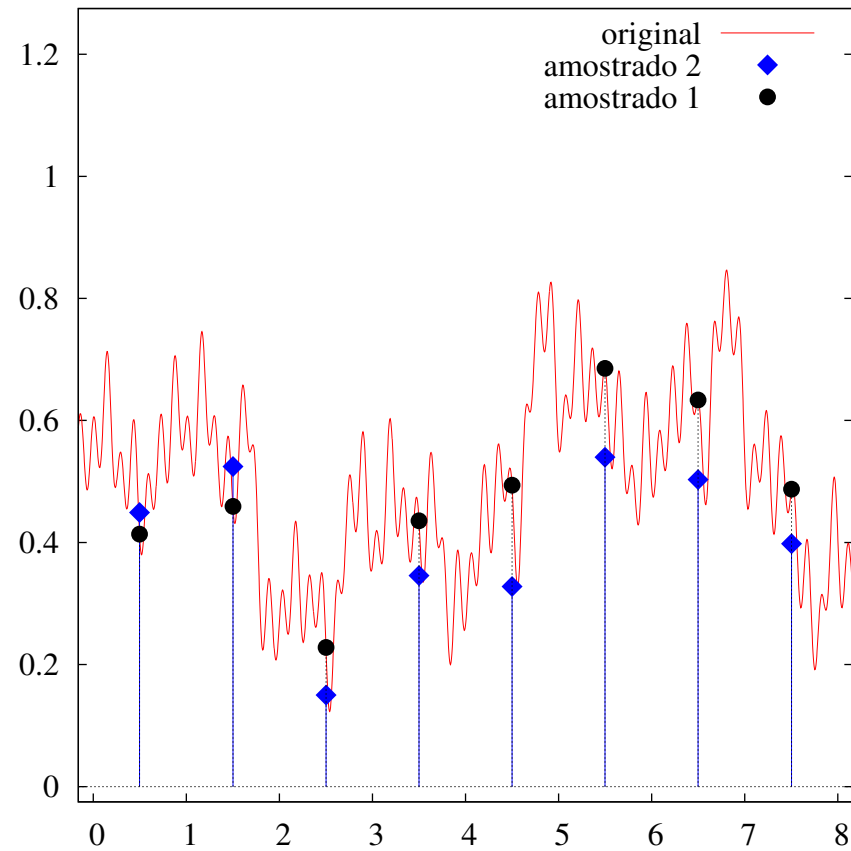


Amostragem

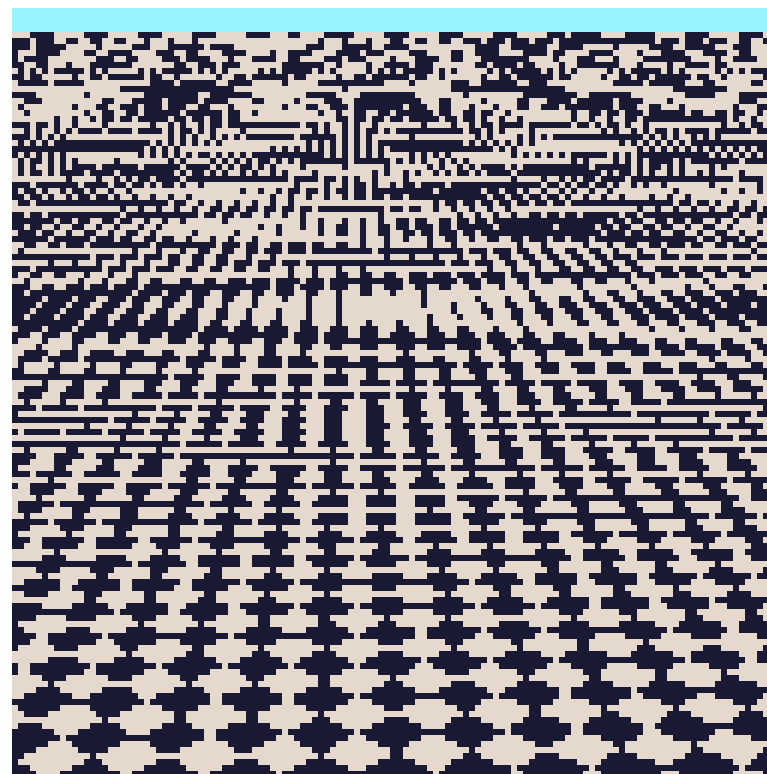
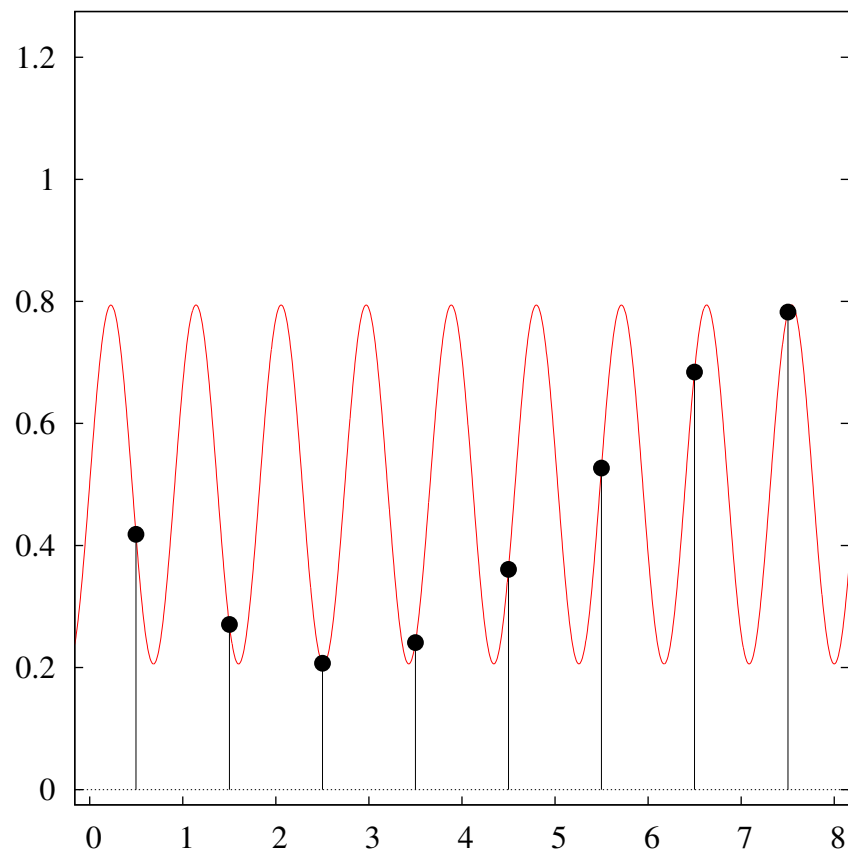


Quantização

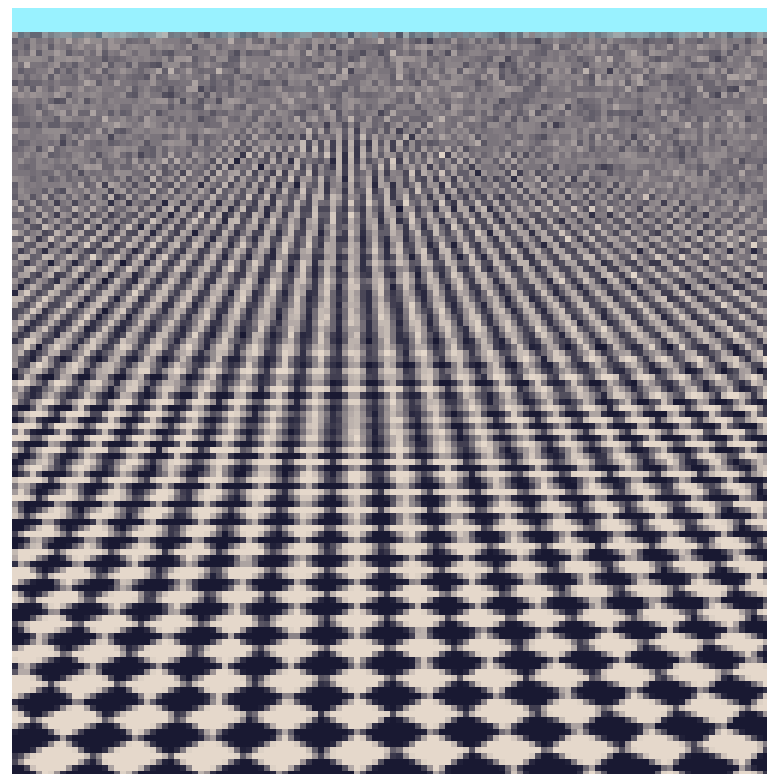
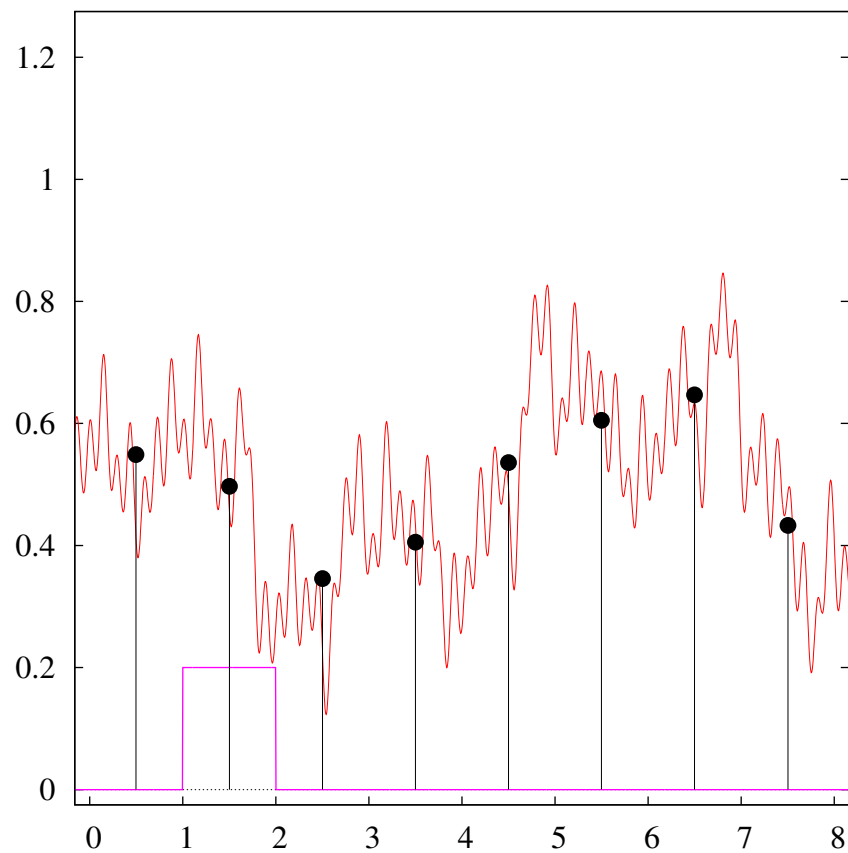
Amostragem pontual não é adequada



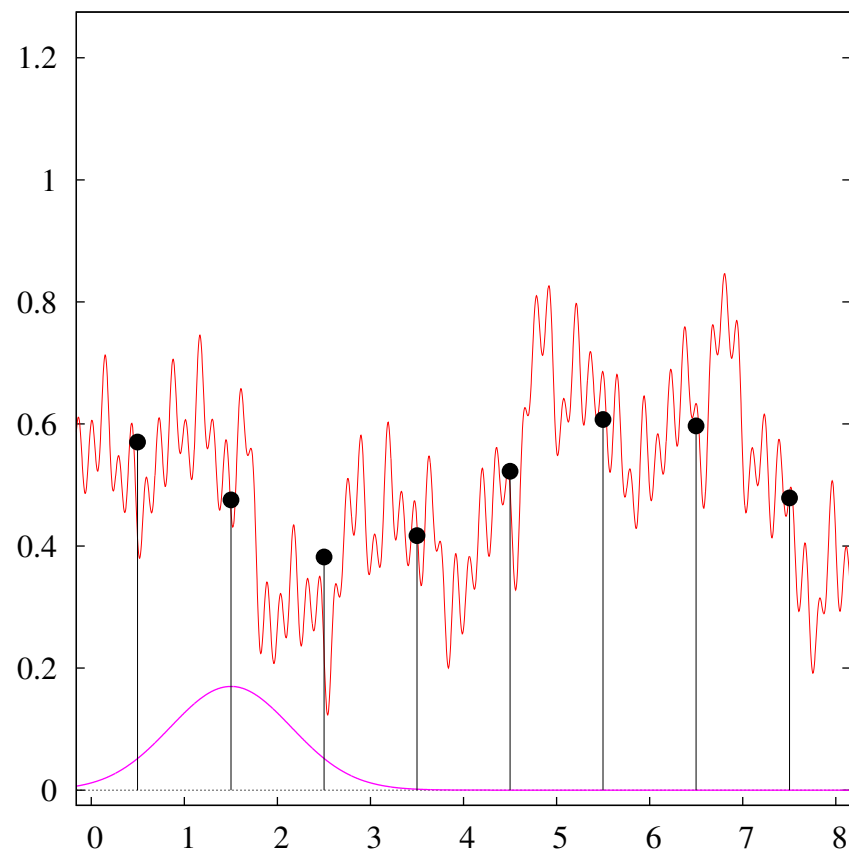
Aliasing



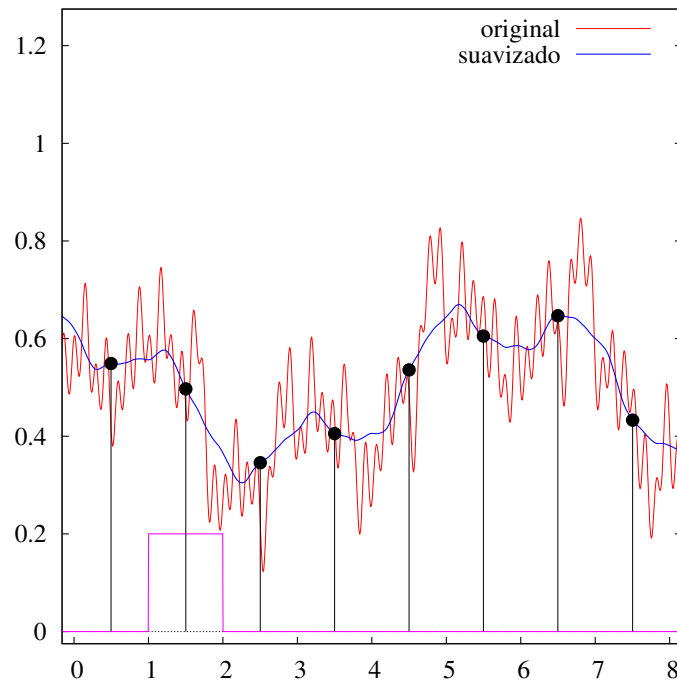
Amostragem por média



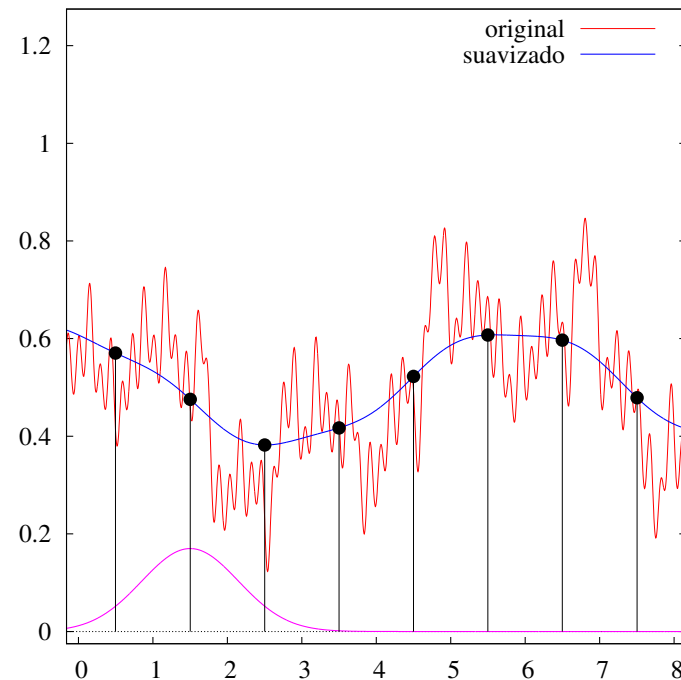
Amostragem por média ponderada (Gaussiana)



Amostragem por média = Filtragem e amostragem

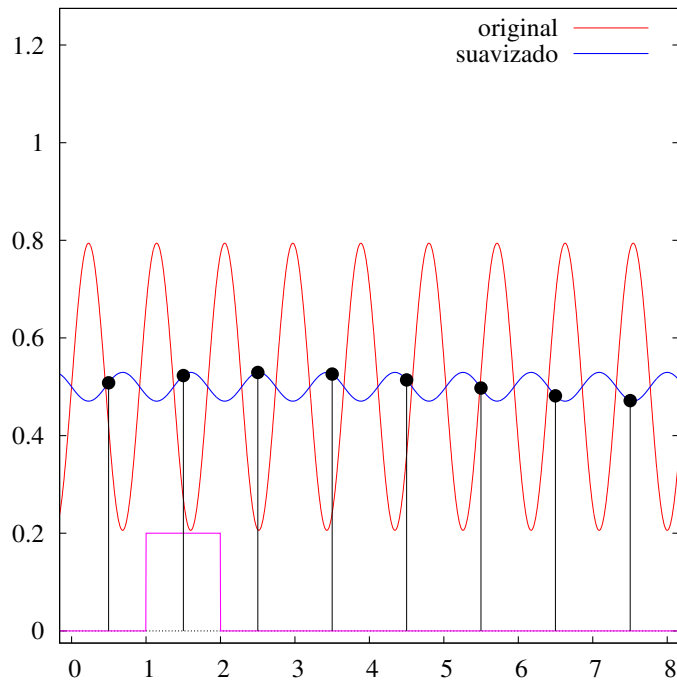


Retangular

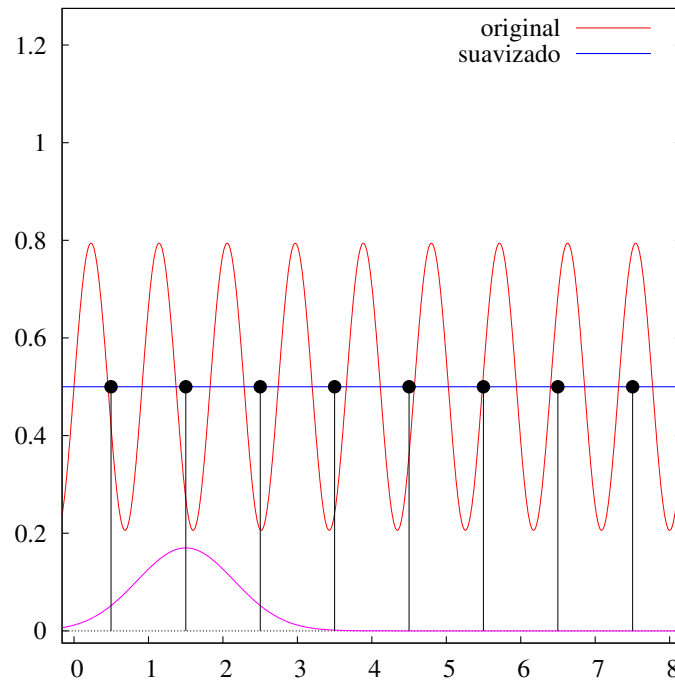


Gaussiana

Filtragem como antídoto ao *aliasing*

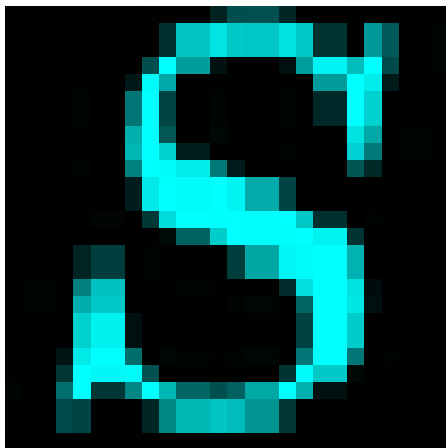


Retangular



Gaussiana

Edição de imagens (discreta)



Ampliada 31%

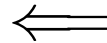
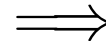


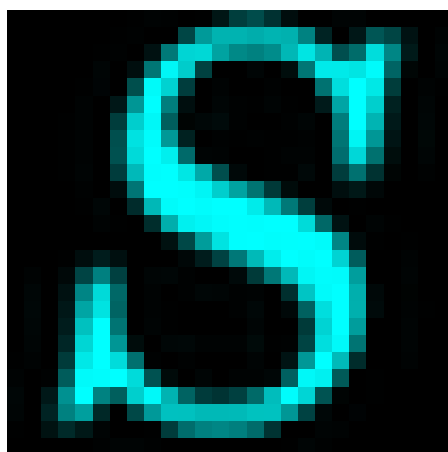
Imagem original



Rodada 23°

Imagens não são matrizes!

Edição de imagens (algébrica)



Ampliada 31%

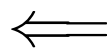
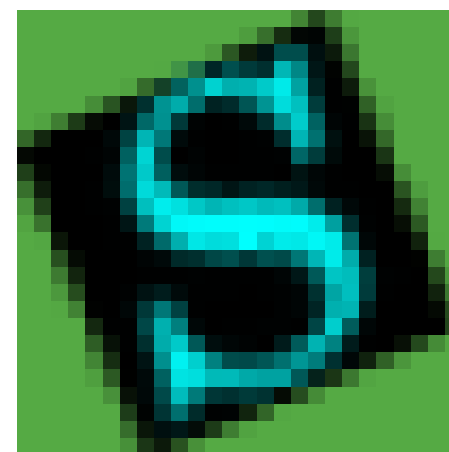
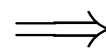
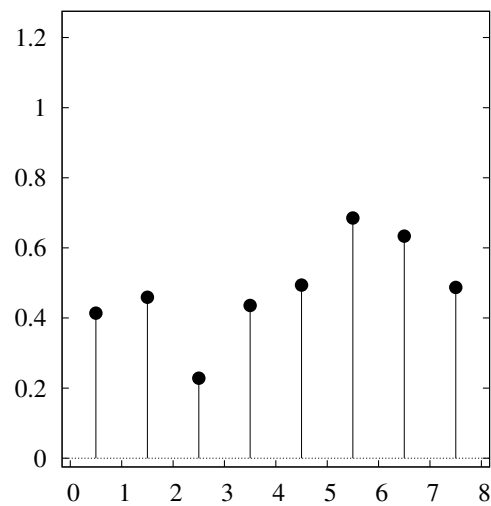


Imagem original

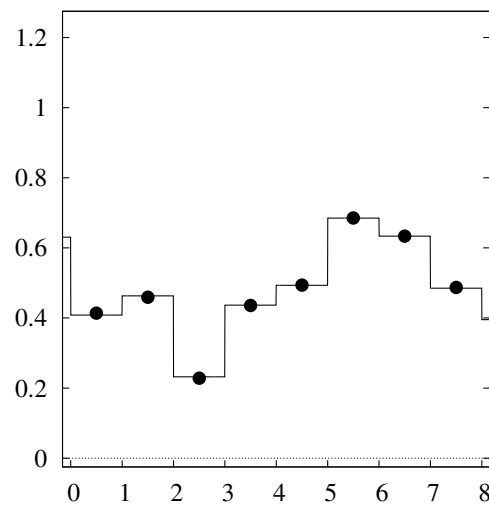


Rodada 23°

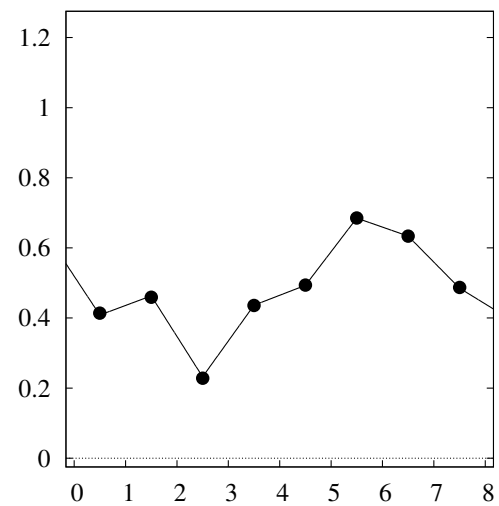
Interpolando um sinal digital



Sinal digital



Constante



Linear

Interpolação implícita em segmentação

0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	1	0
0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0

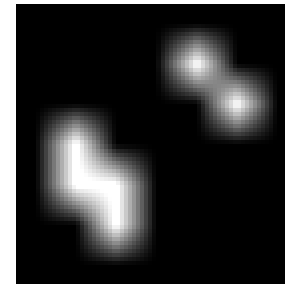
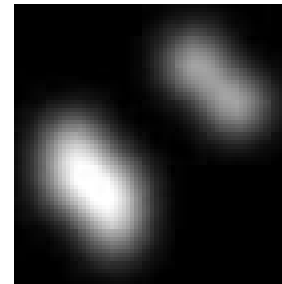
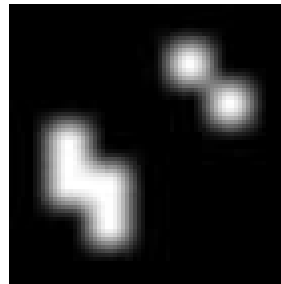
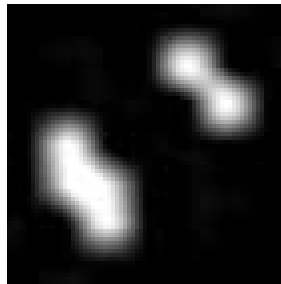
Imagem digital

0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	1	0
0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0

Segmentação 1

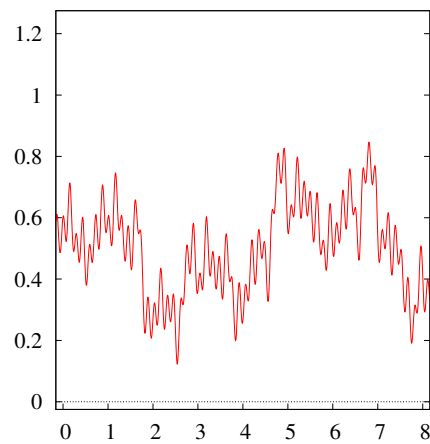
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	1	0
0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0

Segmentação 2

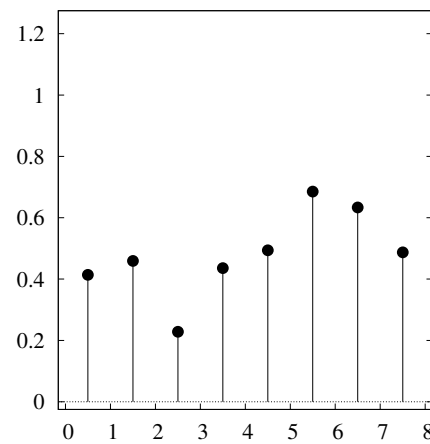
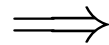


Interpolação

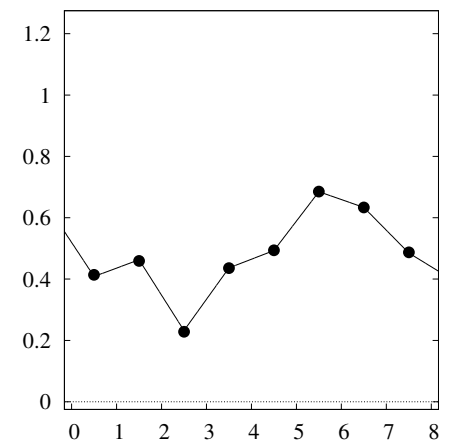
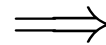
Visão tradicional



Original

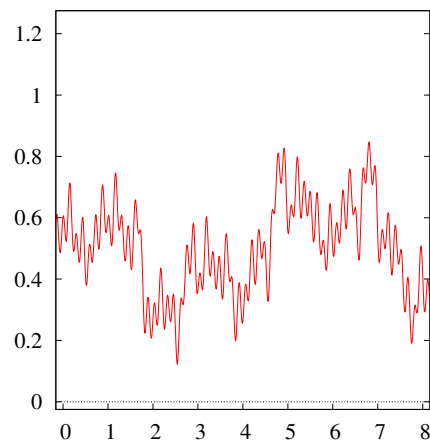


Digitalizado

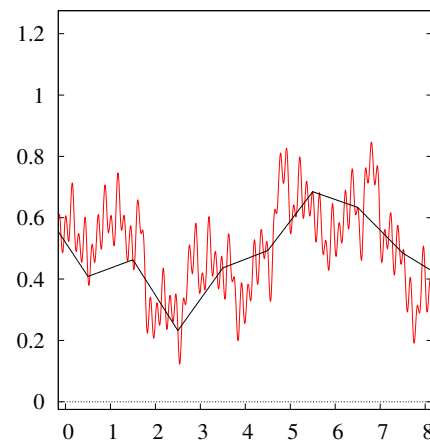
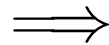


Reconstruído

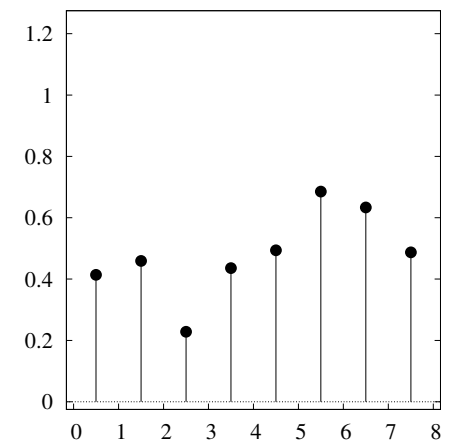
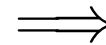
Visão alternativa



Original

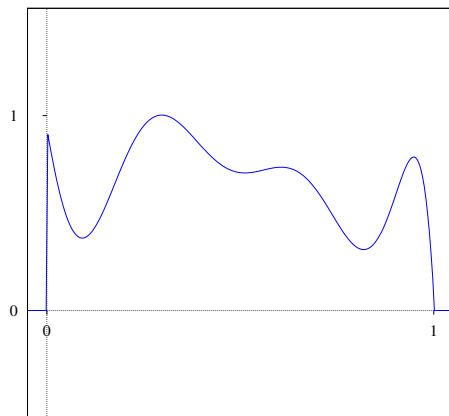


Aproximação

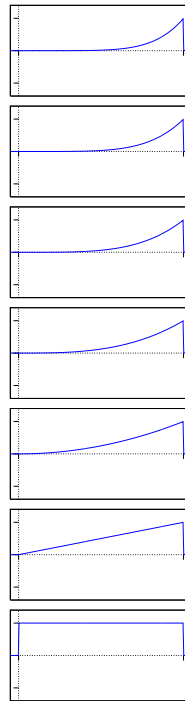


Coeficientes

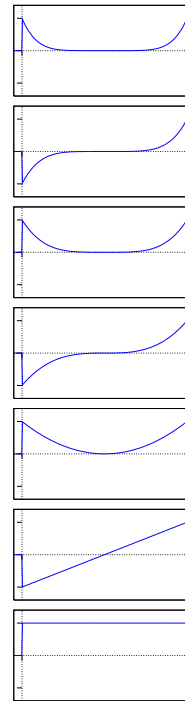
Espaço: Polinômios



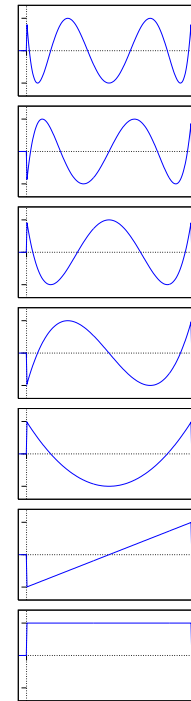
Polinômio de grau 8



Canônica

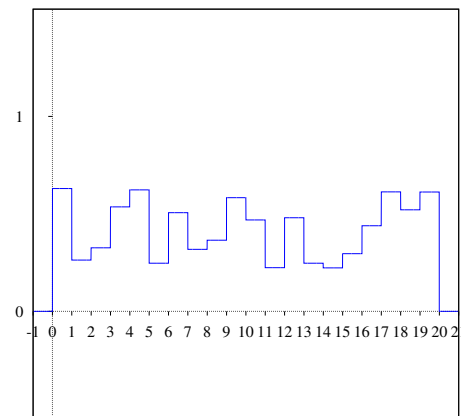


Centrada

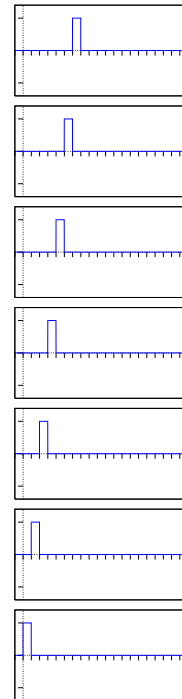


Tchebitchef

Espaço: Constante por partes (CpP)

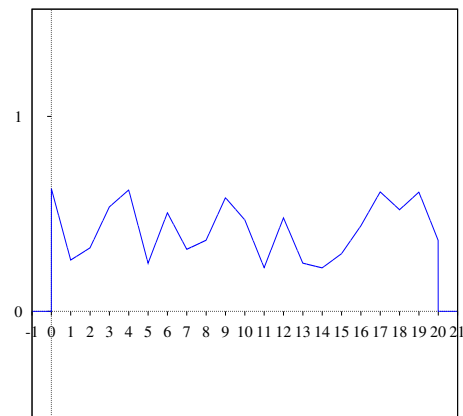


Função CpP

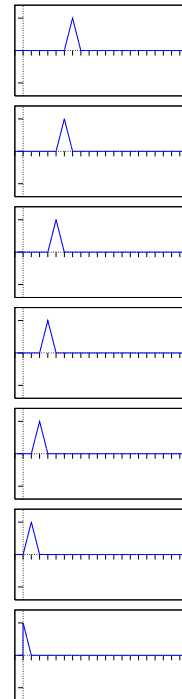


Pulsos-caixa

Espaço: Splines lineares C_0 (P10)

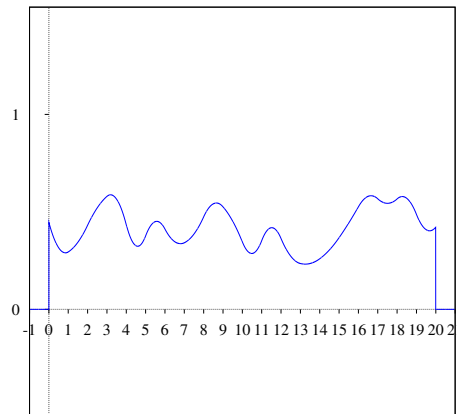


Spline P10

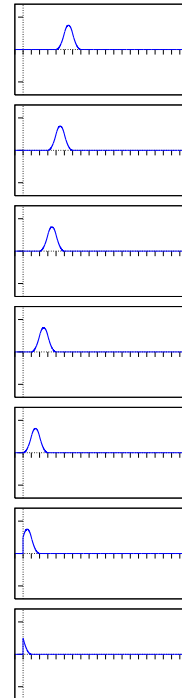


Tendas

Espaço: Splines polinomiais quadráticos C_1 (SP21)

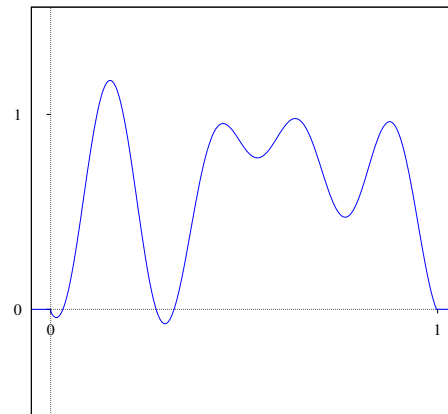


Spline SP21

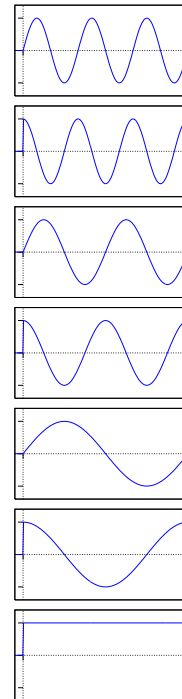


Pulsos B-spline

Espaço: Séries trigonométricas com freqs. $0..8$ (T8)

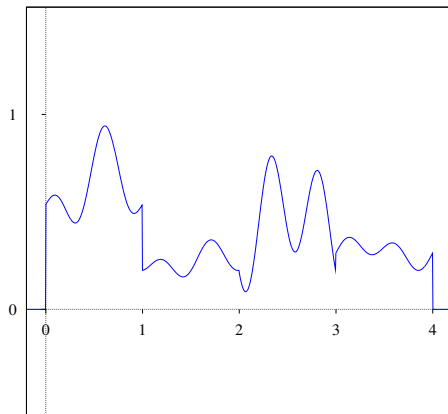


Função T8

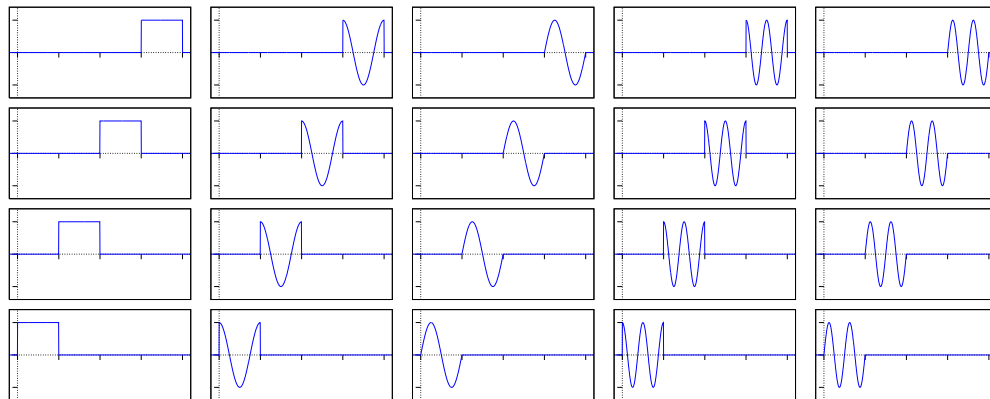


(Cos)senóides

Espaço: Splines trigonométricos com freqs. $0..4$ (ST4)

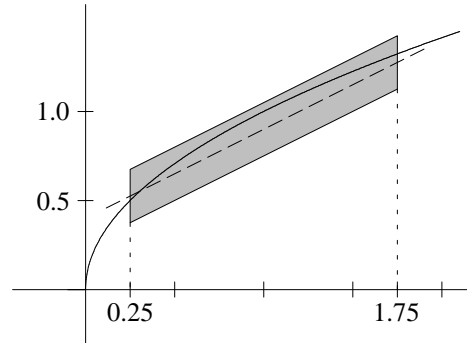
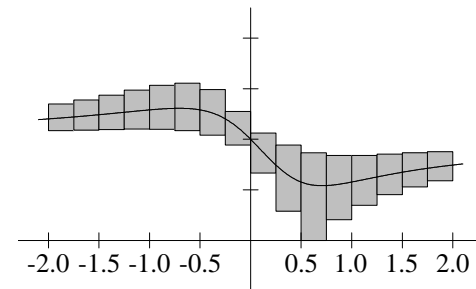
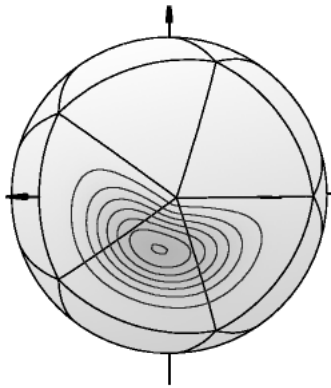


Spline ST4



Pulsos senoidais

Muito mais



...