

Projeto de Pesquisa - CNPq - Edital Universal

Métodos de Aproximação para Computação Visual

Equipe

Jorge Stolfi, IC-UNICAMP (SP) - Coordenador

Alexandre Xavier Falcão, IC-UNICAMP (SP) - Pesq. Colaborador

Anamaria Gomide, IC-UNICAMP (SP) - Pesq. Colaboradora

Helena Cristina da Gama Leitão, IC-UFF (RJ) - Pesq. Colaboradora

Luiz Carlos Pacheco Rodrigues Velho, IMPA (RJ) - Pesq. Colaborador

Luiz Henrique de Figueiredo, IMPA (RJ) - Pesq. Colaborador

Neucimar Jerônimo Leite, IC-UNICAMP (SP) - Pesq. Colaborador

Ricardo da Silva Torres, IC-UNICAMP (SP) - Pesq. Colaborador

Siome Klein Goldenstein, IC-UNICAMP (SP) - Pesq. Colaborador

Sônia Maria Gomes, IMECC-UNICAMP (SP) - Pesq. Colaboradora

Resumo

O objetivo deste projeto é o desenvolvimento de algoritmos, técnicas matemáticas e ferramentas de software para problemas de *computação visual*, baseadas em conceitos de *aproximação matemática*. *Computação visual* inclui geometria computacional, modelagem geométrica, síntese de imagens e animações, visualização científica, visão computacional, codificação e processamento de imagens e reconhecimento de padrões. Por *aproximação matemática* entende-se a substituição de um fenômeno real ou modelo matemático complexo por um modelo mais simples ou mais eficiente, *com garantias teóricas ou experimentais sobre os erros decorrentes dessa substituição*. Os sub-itens específicos deste projeto refletem a experiência acumulada e as idéias originais dos membros nas grandes áreas acima mencionadas, e oferecerão muitas oportunidades de sinergia e cooperação.

Abstract

The goal of this project is the development of algorithms, mathematical techniques, and software tools for problems in *visual computing*, based on concepts of *mathematical approximation*. *Visual computing* includes computational geometry, geometric modeling, image synthesis and animation, scientific visualization, image encoding and processing, and pattern recognition. By *mathematical approximation* we understand the replacement of a physical phenomenon or mathematical model by a simpler or more efficient model, *with theoretical or experimental guarantees about the errors due to this substitution*. The specific sub-items of this project reflect the accumulated experience and original ideas of the project members in the above areas, and will provide many opportunities for synergy and cooperation.

Sumário

1	Introdução	1
1.1	Aplicações	1
1.2	Objetivos e resultados esperados	2
1.3	Infraestrutura e contrapartida institucional	3
2	Métodos multi-escala	4
2.1	Bases para representação multi-escala de imagens e vídeos	4
2.2	Morfologia matemática multi-escala de imagens	5
2.3	Registro multi-escala de imagens	6
2.4	Recuperação de imagens por comparação multi-escala	7
2.5	Análise de forma baseada na dimensão fractal	7
2.6	Métodos adaptativos de aproximação na esfera	8
3	Métodos de aproximação não-linear	9
3.1	Suavização geométrica de curvas	9
3.2	Determinação de contornos suaves para imagens binárias.	10
3.3	Segmentação de imagens e vídeos	11
3.4	Métodos fotométricos para visão 3D.	12
3.5	Rastreamento de objetos deformáveis	13
3.6	Aplicação de aritmética afim em computação visual	14
3.7	Comparação garantida de imagens em escala reduzida	14
3.8	Determinação de correspondências aproximadas em imagens	15
4	Orçamento	17
4.1	Justificativas do orçamento	17

1 Introdução

O objetivo deste projeto é o desenvolvimento de algoritmos, técnicas matemáticas e ferramentas de software para problemas de *computação visual*, baseadas em conceitos de *aproximação matemática*.

“*Computação visual*” é um nome conveniente para o conjunto de disciplinas que estudam a análise, processamento, geração e modelagem de imagens e vídeos digitais. Assim, este rótulo inclui geometria computacional, modelagem geométrica, síntese de imagens e animações, visualização científica, visão computacional, codificação e processamento de imagens e reconhecimento de padrões. Computação visual também é parte relevante de inúmeras disciplinas aplicadas, como informática médica, geoprocessamento, tecnologia aero-espacial, dados atmosféricos de tempo e clima, dados astrofísicos, dados relacionados ao clima espacial, exploração e preservação de recursos naturais, robótica e automação, planejamento urbano, projeto industrial, otimização, estatística, etc..

Por *aproximação matemática* entende-se a substituição de um fenômeno real ou modelo matemático complexo por um modelo mais simples ou mais eficiente, *com garantias teóricas ou experimentais sobre os erros decorrentes dessa substituição*. O conceito é tão antigo quanto a própria matemática (haja visto, por exemplo, o trabalho de Arquimedes sobre a quadratura do círculo), é fundamental para toda a computação numérica. Sua importância decorre do fato familiar que muitas equações diferenciais e problemas geométricos, mesmo os mais simples, não possuem soluções que possam ser descritas por fórmulas fechadas.

Os participantes deste projeto possuem experiência substancial com diversas técnicas de aproximação, em aplicações bastante variadas de computação visual. Estas experiências são em parte complementares e em parte sobrepostas, havendo muita oportunidade para colaboração e sinergia.

Os sub-projetos descritos a seguir refletem esta observação. Cada sub-projeto envolve vários pesquisadores (e, naturalmente, seus alunos de pós-graduação); e, por outro lado, cada pesquisador geralmente participa de vários sub-projetos. Em todos os casos, os participantes já têm experiência com o problema, geralmente comprovada por publicações e/ou orientações sobre o assunto.

1.1 Aplicações

Os métodos matemáticos e computacionais estudados neste projeto são, de modo geral, diretamente motivados por aplicações práticas importantes.

Uma característica importante deste projeto é que, em muitos dos sub-projetos, o mesmo método matemático ou computacional em estudo têm diversas aplicações práticas, em áreas bastante variadas. Por exemplo, a determinação de correspondências em imagens (seção 3.8) é fundamental para visão 3D (seção 3.4), rastreamento de objetos deformáveis (3.5), segmentação de imagens e vídeos (3.3.1), alinhamento de imagens médicas (2.3), e vários outros problemas.

1.1.1 Aplicações em comunicação, documentação e manufatura

Uma grande área de aplicações relevante para este projeto é a análise de imagens e vídeos para fins de comunicação, monitoramento e documentação de eventos, inspeção industrial, segurança, identificação biométrica, etc.. Alguns exemplos, em que membros da equipe já têm experiência comprovada, incluem a análise quantitativa de partidas de futebol [31, 32], identificação de impressões digitais [17, 18] e a segmentação de vídeos [43, 5].

Há certos problemas matemáticos e computacionais que são recorrentes nessas aplicações, como rastreamento de objetos ou pessoas em uma seqüência de imagens, reconhecimento de padrões, ajuste de modelos geométricos a partir de imagens, e assim por diante. Vários sub-projetos deste projeto visam desenvolver ou aprimorar soluções para esses problemas (seções 2.3, 3.3.2, 3.5, 3.8).

1.1.2 Aplicações em bancos de dados visuais

Outra importante aplicação relevante para este projeto é facilitar o acesso ao enorme cabedal de conhecimento visual acumulado pela humanidade. Hoje em dia existem milhões de bancos de imagens de acesso público ou comercial, cobrindo uma grande variedade de temas e todo tipo de meios. Esses bancos de imagens poderiam ser extremamente úteis para muitos fins — científicos, médicos, tecnológicos, educacionais, etc.. Em particular, quase todo hospital, universidade ou centro de pesquisas biomédicas possui extensos arquivos de imagens médicas e biológicas (incluindo lâminas preparadas, filmes radiográficos e fotográficos e imagens digitalizadas), combinadas com dados clínicos, que seriam imensamente úteis para fins diagnósticos e prognósticos. Outro exemplo são imagens astronômicas de alta resolução (16.000×16.000 pixels ou mais), contendo milhares de objetos como galaxias e estrelas.

Porém, mesmo quando as imagens estão disponíveis pela internet, esse potencial não é realizado devido à impossibilidade de localizar as imagens relevantes a cada caso [6]. A análise, classificação, comparação e localização automática das imagens é o único meio viável de remover esse obstáculo. Há muita demanda, em particular, por algoritmos para *recuperação* ou *localização de imagens por conteúdo* (*content-based image retrieval*, CBIR) — isto é, a partir de atributos gráficos como cor, textura e forma dos objetos retratados. Uma variante comum é a *recuperação por exemplo* — em que o usuário fornece uma imagem-modelo J , e o sistema procura encontrar, dentre as imagens $\{I_1, I_2, \dots, I_m\}$ do banco, a imagem mais parecida com J (ou todas as imagens suficientemente parecidas com J). Vários dos sub-projetos objetivam desenvolver métodos que tornam esta tarefa mais rápida e/ou mais precisa, ou critérios de similaridade de imagens apropriados para certos tipos de busca (seções 2.4, 2.5 e 3.7).

1.1.3 Aplicações biomédicas

Muitos dos sub-projetos versam sobre análise de imagens (incluindo imagens tridimensionais como tomogramas e vídeos). O objetivo geral desses sub-itens é a detecção e quantificação de estruturas, muitas vezes invisíveis para o observador humano.

Um dos problemas principais na análise visual de imagens médicas é a falta de concordância entre observadores humanos, mesmo entre especialistas treinados na área. Outro problema relacionado é a incidência de erros devidos a cansaço, limitações na resolução e tamanho dos dispositivos de visualização, etc.. Métodos quantitativos de análise de imagens, como os que serão estudados neste projeto (seções 2.2 e 2.5), permitiriam reduzir as incertezas e confusões nos diagnósticos.

A análise quantitativa de imagens médicas pode produzir fatores prognósticos relevantes para prever a resposta terapêutica e a sobrevida do paciente, classificar os pacientes em grupos com evolução mais ou menos favorável etc., o que pode levar ao desenvolvimento de estratégias terapêuticas mais flexíveis. Vários dos sub-projetos (por exemplo, seções 2.5 e 2.3) são voltados para estes objetivos.

Vale observar que a análise visual de imagens médicas é geralmente demorada e trabalhosa, e exige pessoal especialmente treinado; o que acaba sendo o fator limitante na produtividade de laboratórios de análise. A automação total ou parcial da análise permitirá que exames mais completos (como exames de lâmina inteira) sejam aplicados a um número muito maior de pacientes, pelo mesmo custo.

1.2 Objetivos e resultados esperados

Os resultados deste projeto serão apresentados em congressos nacionais e internacionais de reconhecida importância, e publicados em periódicos científicos de qualidade. Este projeto também

contribuirá significativamente para a formação de pesquisadores, pois muitos de seus sub-projetos são (ou devem vir a ser) assunto de trabalhos de Iniciação Científica, dissertações de Mestrado e teses de Doutorado. Em algumas das áreas abordadas, há também potencial significativo para o desenvolvimento de procesos patenteáveis [2, 29, 70].

1.3 Infraestrutura e contrapartida institucional

As atividades do projeto serão desenvolvidas principalmente no Instituto de Computação (IC) da UNICAMP, ao qual estão filiados 6 dos 10 pesquisadores do projeto (incluindo o Coordenador). Os outros quatro pesquisadores estão filiados ao Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica (IMECC) da UNICAMP, ao Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA), e ao Instituto de Computação da Universidade Federal Fluminense (IC-UFF).

Todos os membros têm acesso a infra-estrutura adequada de rede e serviços centrais de processamento e armazenamento de arquivos, fornecidos por suas instituições ou obtidos com recursos de projetos anteriores. Os pesquisadores do IC, em particular, têm acesso aos equipamentos e infra-estrutura do Laboratório de Informática Visual (LIV).

O LIV foi criado no final de 2004, com recursos de um Projeto de Infra-Estrutura da FINEP, para incentivar a pesquisa no IC em quatro grandes áreas: processamento e análise de imagens, computação gráfica, visão computacional e geometria computacional. O LIV está situado no prédio IC-2 do IC-UNICAMP, e atualmente ocupa uma sala de 36 metros quadrados. O equipamento do LIV inclui 10 PCs 3.0GHz, duas impressoras laser, um vídeo camcorder Sony e acessórios, um scanner HP scanjet 8200 com 4800 dpi ópticos, hardware de captura de vídeo Pinnacle Liquid, bem como tripés, lâmpadas, mesas fotográficas, e outros acessórios. Os computadores do laboratório estão interligados por uma rede própria de 1 Gbit/s, com acesso à rede interna do IC e à rede da UNICAMP.

2 Métodos multi-escala

2.1 Bases para representação multi-escala de imagens e vídeos

O objetivo deste sub-projeto é desenvolver representações inovadoras de imagens e vídeos segundo a técnica *multi-escala*. Esta é uma técnica geral bem estabelecida, que, em muitos problemas, permite obter algoritmos mais confiáveis e/ou eficientes do que as soluções que consideram apenas a imagem na sua escala original [77, 53, 79, 74]. Na abordagem multi-escala, cada imagem é representada por uma *hierarquia* ou *pirâmide* de versões reduzidas em progressão geométrica. Algoritmos multi-escala resolvem o problema para cada nível da hierarquia, da versão mais reduzida até a imagem original, usando a solução do nível anterior (mais grosseiro) como estimativa inicial ou “dica” para resolver o nível corrente (mais detalhado).

Para imagens que combinam regiões relativamente suaves separadas por linhas de descontinuidade (incluindo boa parte das fotos digitais e desenhos esquemáticos), é possível reduzir ainda mais o custo em espaço e tempo usando-se uma representação *esparsa* da imagem. Nesta variante, em cada nível da hierarquia são armazenadas apenas os elementos (*pixels*) da imagem que contém detalhes significativos na escala desse nível, ou de níveis mais detalhados. Assim, por exemplo, as regiões relativamente suaves seriam representadas apenas nos níveis superiores da hierarquia, enquanto que no nível inferior seriam registradas apenas as descontinuidades. Desta forma, o número total de elementos armazenados e processados pode ser reduzido por um fator proporcional a $1/\sqrt{N}$, onde N é o número de elementos na imagem original.

2.1.1 Bases de wavelets e bases radiais

Há inúmeras variações nesta abordagem, diferindo por exemplo na natureza dos elementos armazenados em cada nível. A teoria das *wavelets* [54, 77] providenciou uma base teórica mais firme para a abordagem multi-escala, e introduziu representações mais sofisticadas para os níveis da hierarquia. Uma base de wavelets $\phi_{r_i}(x)$ é tipicamente formada por cópias de uma única *função geradora* ou *função-mãe* $\psi(x)$, sendo cada cópia reduzida em escala por um fator 2^{-r} e deslocada para algum ponto x_i de uma grade regular com passo 2^{-r} .

Uma alternativa a wavelets, bastante popular na teoria e na prática, são as *bases radiais*. Uma base radial $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n$ consiste de elementos da forma $\phi_k(x) = \psi(|x, x_k|)$, onde os parâmetros x_k são pontos do domínio de interesse, $|\cdot, \cdot|$ é alguma função-distância entre pontos do domínio, e ψ é uma *função geradora* fixa de uma variável. Por exemplo, a escolha $\psi(r) = \exp(-r^2/\sigma^2)$ com distância euclidiana produz as *bases radiais gaussianas*, enquanto que $\psi(r) = r^2 \log r$ produz os *splines de placas finas* (*thin plate splines*). Dependendo da escolha função ψ , as funções aproximantes geradas por esses elementos podem ser infinitamente diferenciáveis ou suave por partes. Na versão multi-escala desta abordagem, usa-se um conjunto maior e mais denso de pontos x_i , e possivelmente uma função geradora diferente, em cada escala.

Comparadas com bases de wavelets e outras alternativas, as bases radiais têm a vantagem de não exigir uma malha regular sobre o domínio; basta existir um meio de calcular a distância entre dois pontos. Portanto, elas podem ser facilmente usadas em espaços de dimensão arbitrária, sobre variedades, em domínios de formas irregulares, etc.. Elas são especialmente apropriadas para a interpolação de dados provenientes de amostras não uniformes.

Neste sub-projeto, pretendemos continuar as investigações feitas em colaboração com pesquisadores da Universidade de Uppsala (Suécia), sobre o uso de bases radiais para integração adaptativa de equações diferenciais, dispensando a construção de malhas. (Esta abordagem pode ser comparada ao uso de *wavelets* neste tipo de problema.)

2.1.2 Splines diádicos

Outra abordagem geral para a representação multi-escala são funções polinomiais por partes (*splines*) sobre uma hierarquia de malhas cuja resolução depende do nível. Esta abordagem pode ser usada com malhas regulares ou irregulares de geometrias diversas, e partes de graus diversos, resultando em uma grande variedade de representações específicas, muitas das quais ainda inexploradas.

Neste sub-projeto pretendemos considerar, em especial, as *malha diádicas* usados com sucesso por Cardoso e outros [11, 12]. Uma malha diádica é uma hierarquia de malhas obtida a partir de uma caixa n -dimensional por bissecções múltiplas, sendo que no nível i da hierarquia todos os planos de corte são perpendiculares ao eixo $i \bmod n$. Veja a figura 1.

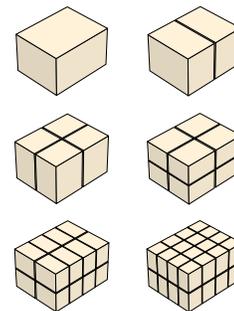


Figura 1:

Nosso interesse neste sub-projeto são os *splines diádicos*, splines polinomiais definidos sobre malhas diádicas. A principal vantagem de tais splines sobre splines em geral é a simplicidade topológica da malha diádica, que reduz bastante a complexidade dos algoritmos em muitas aplicações, especialmente os que exigem malhas adaptativas e dinâmicas.

As malhas diádicas podem ser vistas como uma variante das malhas *quad-tree* e *k-d-tree* [3]. Membros do projeto têm experiência com o uso destas grades na integração de equações diferenciais parciais evolutivas [26], trabalho esse que pode ser facilmente adaptado e generalizado para malhas diádicas.

Os splines diádicos prestam-se especialmente à modelagem de funções com restrições de continuidade mínima. Para esse fim, usam-se splines polinomiais com restrições apropriadas sobre retalhos adjacentes.

Cada spline é representado pelos seus coeficientes relativos a uma base compacta do sub-espaço dos splines definido por essas restrições — os *elementos finitos* desse sub-espaço. Veja a figura 2. Estes coeficientes capturam todos os graus de liberdade do spline, sem redundância.

Os elementos finitos de splines diádicos podem ser comparados a wavelets, pois eles também podem ser obtidos a partir de um elemento-mãe por rotação, translação e redução de escala. Entretanto, splines diádicos (como splines em geral) sacrificam a ortogonalidade em prol da eficiência na avaliação.

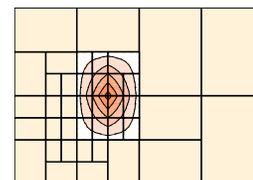


Figura 2:

Em projeto anterior, utilizamos splines diádicos para simulação de escoamento em reservatórios petrolíferos [11, 12]. Neste projeto, esperamos mostrar as vantagens deste tipo de splines para problemas de computação visual, como por exemplo o registro de imagens médicas sob deformações contínuas, a representação multi-escala de imagens e vídeo, e assim por diante.

Pesquisadores envolvidos: A. Gomide, J. Stolfi, S. Gomes, L. Velho.

Pós-graduandos: D. Castro.

2.2 Morfologia matemática multi-escala de imagens

Este sub-projeto objetiva identificar métodos eficientes de simplificação da “topografia” de uma imagem através de um processo de transformação multi-escala, no contexto das teorias do espaço-escala não-linear e morfologia matemática (MM) [46]. A abordagem consiste de transformações sucessivas da imagem original que reduzem monotonicamente os seus extremos (mínimos e máximos

regionais) e definem, em cada escala de representação, uma imagem topograficamente mais simples à medida que as escalas aumentam. Estes diversos níveis de transformação da imagem original poderão estar associados à métodos de processamento e análise de imagens envolvendo, entre outros, descrição, representação e segmentação. Alguns resultados nesta linha já foram publicados por N. Leite e L. Dorini [49, 48].

Outra abordagem multi-escala visa uma descrição de alto nível de uma imagem a partir da noção de resíduos morfológicos definidos através de diferenças entre níveis sucessivos de uma imagem submetida a uma família de transformações crescentes. A operação de abertura morfológica é considerada na definição destas transformações que resultam em diversos níveis residuais cuja informação pode ser empregada na extração de atributos geométricos e topológicos, e que podem ser usados em problemas de segmentação e identificação de imagens com base em seu conteúdo.

Métodos eficientes para a obtenção dos diversos níveis residuais e extração de atributos devem ser investigados visando a redução do elevado tempo computacional, típico deste tipo de processamento.

Pesquisadores envolvidos: N. Leite.

2.3 Registro multi-escala de imagens

Neste sub-projeto, o objetivo é desenvolver algoritmos robustos e eficientes para *registro* (alinhamento) de duas ou mais imagens afetadas por deformações arbitrárias.

Para esta apresentação, podemos definir uma imagem como uma função parcial do plano \mathbb{R}^2 para algum espaço V de valores (por exemplo, intensidades de luz, cores, etc.) Dadas duas imagens $I(p)$ e $J(p)$, o problema aqui tratado consiste em encontrar uma *função de deformação* d , de \mathbb{R}^2 para \mathbb{R}^2 , tal que $J(d(p))$ é semelhante a $I(p)$, segundo algum critério.

Devido à importância e complexidade desta aplicação, o problema de registro de imagens com deformação foi extensivamente estudado nas últimas décadas, e ainda é um campo fértil para pesquisas. Há espaço ainda tanto para novas maneiras de descrever as deformações, quanto para novos algoritmos de construção das mesmas.

A aplicação de referência para este problema é o alinhamento de imagens médicas de um mesmo paciente, obtidas em momentos diferentes ou com dispositivos diferentes. Entretanto, devido à flexibilidade dos órgãos, traumas, cirurgias e processos naturais de deformação (como crescimento, adaptação, inflamação, cicatrização, etc.), raramente é possível obter o registro perfeito por simples translação ou rotação. Em geral, é necessário deformar uma das imagens de maneira mais ou menos irregular.

Além de permitir a comparação direta das duas imagens, a função d é importante por si mesma, pois fornece uma medida da diferença geométrica entre as duas imagens — o crescimento de um órgão ou lesão, deslocamentos, fraturas, cicatrizações, etc.

Muitos dos trabalhos anteriores sobre este assunto usam splines de vários tipos para representar a função de deformação, ou bases radiais (como as deformações elásticas de placas finas, descritas na seção 2.1). Neste sub-projeto planejamos avaliar splines diádicos para esse fim. Tais splines prestam-se naturalmente ao desenvolvimento de algoritmos para registro usando técnicas multi-escala.

Pesquisadores envolvidos: A. Falcão, A. Gomide, J. Stolfi, L. Velho.

Pós-graduandos: G. Ruppert, F. Bergo, R. Saracchini.

2.4 Recuperação de imagens por comparação multi-escala

Este sub-projeto visa desenvolver métodos para busca de imagens por conteúdo (seção 1.1.2) baseados no conceito de *comparação multi-escala*. Para simplificar, vamos supor que o critério de similaridade entre a imagem J fornecida pelo usuário e uma imagem genérica I_k do banco é a distância euclidiana $|J - I_k|$, sendo cada imagem tratada como um vetor de n números (as intensidades dos pixels). A solução trivial — busca exaustiva — é inviável, pois seu custo proporcional a mn , onde m é o número de imagens no banco; e em muitas aplicações reais m e n são 10^6 ou mais.

Para certos tipos de imagens e buscas, uma solução mais eficiente pode ser obtida com técnicas de *busca multi-escala*. Nesta abordagem, faz-se inicialmente uma busca rápida em uma versão do banco onde todas as imagens foram reduzidas a poucos pixels. Esta busca é rápida porque o número de pixels n por imagem é pequeno; mas, apesar de imprecisa, ela muitas vezes permite eliminar do banco as imagens que são muito diferentes de J . Este processo é repetido com imagens de resolução cada vez maior, terminando com imagens na resolução original. Em condições apropriadas, o número de imagens m diminui à medida que n aumenta, de modo que o custo total acaba sendo bem menor que o da busca trivial.

Acreditamos que esta abordagem pode ser adaptada e generalizada para efetuar muitas outras variantes de busca de imagens por conteúdo. Em particular, pretendemos estendê-la para o problema de buscas parciais e/ou aproximadas, em que o objetivo é encontrar imagens I_k que possuem a imagem J como sub-imagem, possivelmente modificada por mudança de escala, rotações, deformações dos objetos (como discutido na seção 3.5), mudanças de cores, etc.. As ferramentas de *comparação flexível multi-escala* desenvolvidas por membros da equipe para reconstrução de objetos fragmentados [47, 14] serão relevantes para este sub-projeto.

Pesquisadores envolvidos: J. Stolfi, H. Leitão.

2.5 Análise de forma baseada na dimensão fractal

Este sub-projeto tem por objetivo o desenvolvimento de *descritores de formas*, baseados em análise multi-escala e fractalidade. A principal aplicação motivadora é a busca e recuperação de imagens por conteúdo (seção 1.1.2).

O problema fundamental nestas aplicações é calcular uma medida quantitativa da similaridade entre duas imagens. Uma abordagem bastante difundida é pré-processar cada imagem por algoritmo de *extração de características* que codifica as propriedades visuais relevantes da mesma em um *descriptor*, um vetor do \mathbb{R}^n . Usa-se então uma *função de distância* apropriada entre tais vetores para estimar a (dis)similaridade das imagens. De modo geral, a escolha do descriptor depende da natureza das imagens, do objetivo da busca, e dos recursos computacionais disponíveis para a tarefa (como memória, tempo de processamento e taxas de transmissão de dados).

Há uma vasta literatura propondo e analisando inúmeros tipos de descritores, para todo tipo de imagens e aplicações. Estes incluem descritores de Fourier [82], os momentos de inércia de Hu [45], curvatura multi-escala [1, 63], a transformada de eixo medial de Blum [8], a transformada “R” de Tabbone et al. [78] (uma variante da transformada de Radon), o espaço de escala de curvatura proposto Mokhtarian et al. [64] (adotado pelo MPEG-7 [9]), as estatísticas de ângulos de raios (*beam angle statistics*) de Arica et al. [51], e o descriptor de saliências de Torres et al. [15], entre outros. Há também inúmeros trabalhos sobre a simplificação de formas, inclusive para acelerar a comparação; como a descrição hierárquica de contornos de Meer, Sher e outros [58], Figueiredo e Stolfi [22] e Leitão e Stolfi [47, 14], e o espaço de curvatura-escala de Mokhtarian [65], para citar apenas alguns.

2.5.1 Dimensão fractal multi-escala e IFT

Neste sub-projeto planejamos avaliar e aperfeiçoar alguns descritores de forma que desenvolvemos recentemente. Inicialmente, pretendemos nos concentrar no descritor *dimensão fractal multi-escala do contorno* (DFME) [16]. O conceito de dimensão fractal [55] serviu de base para vários descritores robustos e eficientes [7, 62, 64]; nossa proposta estende esse conceito para uma função ao invés de um valor constante, o que permite uma análise mais abrangente da complexidade de uma forma.

A dimensão fractal multi-escala pode ser calculada através da *transformada imagem-floresta* (*image foresting transform*, IFT) de Falcão et al. [16, 30]. O algoritmo constrói a IFT da forma em questão, e extrai da mesma um histograma dos custos. A dimensão fractal multi-escala do contorno (e, em particular, o descritor de forma DFME) é obtida então ajustando-se um polinômio ao histograma, em escala logarítmica, pelo método dos mínimos quadrados.

A Figura 3 apresenta uma imagem binária do conjunto fractal conhecido como *estrela de Koch* (no alto) e o gráfico de $\log A(r)$ em função $\log r$ (no centro), onde $A(r)$ é a área da figura que pode ser coberta com círculos inscritos de raio r . Os dados para este gráfico foram obtidos através da IFT e aproximados por um polinômio de grau 10. O descritor DFME é a dimensão fractal calculada a partir da função $A(r)$, também em função de r (em baixo).

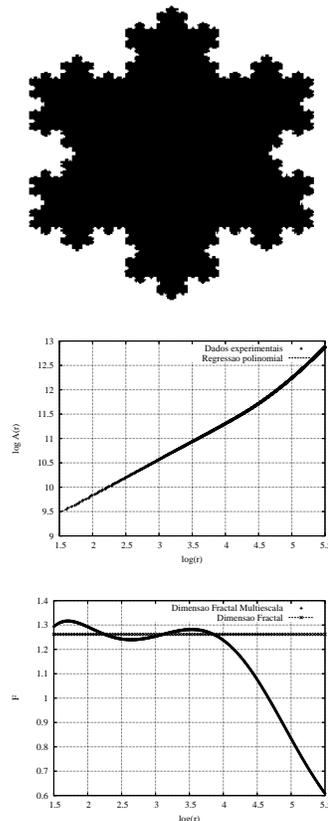


Figura 3:

Pesquisadores envolvidos: R. Torres, A. Falcão.

Pós-graduandos: J. Papa.

2.6 Métodos adaptativos de aproximação na esfera

Diversas aplicações computacionais exigem a modelagem de *funções esféricas* — funções definidas na superfície da esfera unitária do \mathbb{R}^3 , o conjunto $\mathbb{S}^2 = \{x \in \mathbb{R}^3 : |x| = 1\}$.

Exemplos importantes de funções esféricas são dados geofísicos, como altitude, potencial gravitacional, insolação, etc.; e variáveis meteorológicas, como pressão atmosférica, umidade, temperatura, etc.. Outros exemplos relevantes para computação visual são o fluxo de luz numa cena, a função de tonalização, e a função bidirecional de distribuição de radiância (FBDR), descritas na seção 3.4.

No estado atual da arte, uma função deste tipo é geralmente modelada por uma série de harmônicos esféricos. Apesar de matematicamente elegante, esta representação é computacionalmente cara, porque todos os termos da série precisam ser calculados sempre que a função deve ser avaliada em algum ponto p do domínio. Daí o interesse em representações alternativas usando bases locais, multi-escala e esparsas — como as bases de wavelets, bases radiais, e elementos diádicos descritos na seção 2.1.

2.6.1 Splines esféricos

Neste sub-projeto, propomos continuar nossas investigações sobre uso de splines esféricos, como definidos por Gomide e Stolfi [41], para representação de funções esféricas. Pretendemos, em

particular, desenvolver representações adaptativas e multi-escala, usando uma hierarquia de grades triangulares sobre a esfera; e aplicar a elas a técnica do *mapa de erro*, uma ferramenta de análise que desenvolvemos em projeto anterior [42].

2.6.2 Bases radiais na esfera

Pretendemos também dar continuidade a trabalhos iniciados por S. Gomes na Universidade de Leicester (Inglaterra). Um assunto que estudamos nessa ocasião foi a aproximação multi-resolução de funções na esfera por meio de bases radiais derivadas de harmônicos esféricos de banda limitada. Obtivemos resultados originais sobre a ordem de convergência desse tipo de aproximação na norma de Sobolev [38, 37].

Nessa ocasião, também consideramos o problema de aproximações no toro usando outro tipo de bases radiais, os *sk-splines*. Usando conceitos da teoria dos números, mostramos que a localização apropriada dos pontos centrais permite aumentar a ordem do erro de interpolação para funções regulares [40, 39].

Pesquisadores envolvidos: A. Gomide, S. Gomes, J. Stolfi.

Pós-graduandos: D. Pereira, G. Souza.

3 Métodos de aproximação não-linear

3.1 Suavização geométrica de curvas

O objetivo deste sub-projeto é aperfeiçoar métodos consistentes para suavização de curvas baseados em critérios geométricos em vez de paramétricos (por exemplo, curvatura em vez de segunda derivada).

A suavização de funções é um problema muito bem estudado, para o qual existem ferramentas satisfatórias baseadas na análise de Fourier. Além de oferecer uma sólida base conceitual para essas ferramentas, a teoria de Fourier, por ser baseada em decomposição linear, leva a algoritmos eficientes, robustos, predizíveis e relativamente fáceis de implementar.

Por outro lado, o problema da suavização de curvas ainda carece de solução satisfatória. A origem desse impasse é a falta de uma teoria linear que permita entender uma curva como combinação de curvas em várias escalas de detalhe. Embora uma curva plana possa ser analisada como duas funções $X(t)$ e $Y(t)$, a parametrização natural — em que t é o comprimento da curva — não leva a uma teoria linear. Por exemplo, se (X, Y) e (X', Y') são duas curvas naturais, a soma $(X + X', Y + Y')$ geralmente não é natural. Uma consequência deste fato é que a suavização linear de $X(t)$ e $Y(t)$ como sinais tem efeitos mais drásticos justamente onde a curva já é mais suave; e pode inclusive tornar a curva *menos* suave.

Outras abordagens mais promissoras para este problema baseiam-se em analogias físicas. Por exemplo, a curva pode ser vista como uma frente de onda, ou como a fronteira entre dois líquidos não miscíveis. Estas analogias levam a equações diferenciais que descrevem uma evolução da curva no tempo. Tipicamente, usa-se uma equação de *difusão de curvatura*, que especifica um deslocamento da curva na direção normal, com velocidade proporcional à curvatura local; de modo que a curva tende a ficar mais suave à medida que o tempo passa.

Entretanto, estas abordagens também tem várias limitações. Por exemplo, processos de difusão de curvatura geralmente acabam contraindo todas as curvas para pontos, e não garantem que a curva fique realmente mais suave. Veja a figura 4, coluna da esquerda.

Em projetos anteriores, Leitão e Stolfi estudaram uma abordagem alternativa para o problema que alivia essas limitações. A idéia usar filtragem linear nos sinais $X(t)$ e $Y(t)$, mas usar como parâmetro t o comprimento da curva *após a filtragem*. Este método é necessariamente iterativo, mas, ao contrário da difusão de curvatura, converge para uma curva não nula de suavidade uniforme. Veja a figura 4, coluna da direita.

O novo método foi usado com sucesso para suavizar contornos de fragmentos de cerâmica para fins de comparação multi-escala [14, 47]. Neste projeto, planejamos estudar melhor esse processo e compará-lo com outras alternativas (como a difusão de curvatura) de maneira mais sistemática.

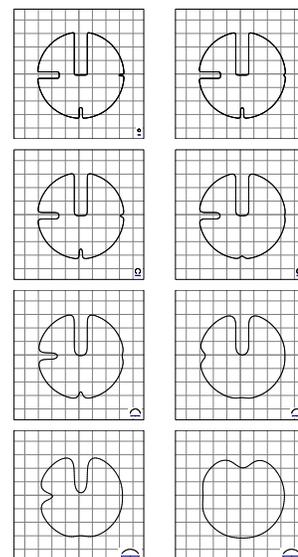


Figura 4:

Pesquisadores envolvidos: H. Leitão, J. Stolfi.

3.2 Determinação de contornos suaves para imagens binárias.

Neste sub-projeto, pretendemos desenvolver métodos inovadores para construir envoltórias suaves para conjuntos discretos de pontos. As aplicações incluem a geração de modelos suaves de órgãos a partir de radiografias ou tomogramas; a construção de modelos geométricos para caracteres a partir de suas imagens rasterizadas; a digitalização inteligente de mapas e desenhos esquemáticos; e muitas outras.

Em termos matemáticos, o problema é: dados dois conjuntos X e Y de pontos em \mathbb{R}^2 ou \mathbb{R}^3 , encontrar uma envoltória — curva ou superfície, respectivamente — que tenha tangente contínua e que separe X de Y . Dentre as infinitas soluções, deseja-se encontrar envoltórias com suavidade máxima, segundo algum critério.

Inicialmente, pretendemos considerar o caso em que X é um subconjunto da grade inteira $V = \mathbb{Z}^2$ ou $V = \mathbb{Z}^3$, e Y é seu complemento nessa grade. Nesse caso, podemos nos restringir a envoltórias definidas por partes, sobre a malha retangular com vértices V .

Cada retalho pode ser descrito por um conjunto finito de parâmetros. Seja z um vetor que contém os parâmetros de todos os retalhos necessários. As condições de continuidade de tangente podem ser traduzidas a um conjunto $\mathcal{E} = \{E_1(z) = 0, .. E_m(z) = 0\}$ de equações (geralmente não-lineares) sobre esses coeficientes; e a suavidade pode ser expressa por um funcional de energia $Q(z)$ apropriado.

Desta forma, o problema reduz-se a encontrar o mínimo da função Q sobre a variedade algébrica definida pelas equações \mathcal{E} ; que pode ser resolvido por métodos numéricos clássicos de otimização não-linear. A forma particular das equações pode ser explorada para melhorar a eficiência e robustez desta solução.

Pesquisadores envolvidos: J. Stolfi.

Pós-graduandos: A. Malheiro.

3.3 Segmentação de imagens e vídeos

Trabalhos nesta área incluem segmentação de objetos em movimento em ambientes externos não controlados. Os métodos existentes, com base na subtração de imagens de um vídeo digital com um modelo do fundo destas imagens, não realizam satisfatoriamente esta segmentação [28] que é de fundamental importância para os métodos de rastreamento dos objetos ao longo de uma dada seqüência.

O objetivo geral deste sub-projeto é definir modelos de segmentação de fundo e de rastreamento de objetos que sejam os mais gerais possíveis e que possam ser aplicados na análise e extração de parâmetros que representem, por exemplo, desde experimentos biológicos a jogadores em vídeos de esportes.

3.3.1 Rastreamento de objetos com múltiplas câmeras

Em particular, neste sub-projeto esturaremos técnicas de rastreamento com uma ou múltiplas câmeras, na presença de oclusões de múltiplos objetos. Este problema é de difícil solução e um método a ser adotado consiste da representação de um grafo em que os nós representam regiões segmentadas em cada quadro da seqüência e as arestas, distâncias entre estas regiões e que são ponderadas em função de informações de trajetórias, velocidade etc

Devido à complexidade e dimensão do grafo obtido para uma longa seqüência, métodos heurísticos que possibilitem uma análise dos diferentes objetos em oclusão, de forma essencialmente local, precisam ser investigados. alguns resultados nesta linha já foram publicados por N. Leite e P. Figueiroa [31, 32].

Pesquisadores envolvidos: N. Leite, A. Falcão.

Pós-graduandos: L. Dorini, P. Figueiroa.

3.3.2 Detecção robusta de movimentos de câmera em vídeos

Outra aplicação específica, a ser estudada neste sub-projeto, é a segmentação de vídeos de conferências, debates, e similares, onde uma única câmera estacionária aponta sucessivamente para os participantes à medida que estes tomam a palavra.

Em teoria, os movimentos da câmera podem ser deduzidos a partir do *fluxo ótico*, o movimento aparente de cada parte da imagem entre dois quadros sucessivos [76]. Veja a figura 5. A aplicação prática deste princípio enfrenta inúmeras dificuldades, incluindo a baixa qualidade dos vídeos (em consequência da alta taxa de compressão que é geralmente usada nessas aplicações), erros no cálculo do fluxo ótico (devido à ausência de texturas na cena), e eventuais movimentos na imagem que não são devidos a movimento da câmera.

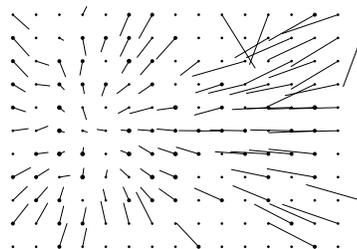


Figura 5:

Obtivemos recentemente bons resultados usando técnicas de mínimos quadrados para ajustar movimentos ideais da câmera ao fluxo ótico, juntamente com uma iteração não-linear para ajustar os pesos dos pixels nessa aproximação [60]. Neste projeto, pretendemos elaborar essa solução, levando em conta termos não-lineares no modelo teórico do fluxo ótico, e estendê-la para situações em que há translação (moderada) da câmera.

Pesquisadores envolvidos: N. Leite, J. Stolfi.

Pós-graduandos: R. Minetto.

3.4 Métodos fotométricos para visão 3D.

Neste sub-projeto, investigaremos vários métodos numéricos de aproximação que surgem em *visão estereoscópica* (ou *estéreo*) — a reconstrução da geometria tridimensional de um objeto a partir de duas ou mais fotos bidimensionais do mesmo. Estaremos considerando principalmente métodos de *estéreo fotométrico*, em que os dados são uma ou mais imagens do objeto tiradas do mesmo ângulo, mas com diferentes iluminações (figura 6). Pela comparação dos tons de cinza de cada pixel nas diferentes imagens, pode-se calcular a inclinação da superfície do objeto nesse ponto. A terceira dimensão é então obtida por integração numérica dessas inclinações.

Esta aplicação exige métodos inovadores de aproximação para funções definidas na esfera e outros em domínios não euclidianos. Um exemplo, que desempenha papel importante nas áreas de computação gráfica, projeto industrial, arquitetura e engenharia de iluminação, é a representação do *fluxo de luz* $\Phi(d)$ em um ponto p de um ambiente, definido como a potência das ondas de luz que passam nas vizinhanças de p e propagando-se em direções próximas a uma direção d . A função Φ é uma função esférica que pode ser modelada pelos métodos gerais discutidos na seção 2.6, ou por modelos específicos (fontes de luz circulares discretas).

Outra função relevante é a *função de tonalização* $\sigma(n)$, que, para algum ponto p da cena e para um determinado fluxo de luz, descreve a cor aparente que um elemento de superfície com direção normal n teria, se colocado no ponto p . Outro exemplo ainda é a *função bidirecional de distribuição radiância* (BRDF, da sigla em inglês) β de uma superfície, que diz qual a fração da luz que chega de uma direção d que é desviada para uma direção d' , em função de d e d' .

Os métodos de *estéreo fotométrico* que planejamos estudar baseiam-se na determinação experimental da função de tonalização σ , a partir de fotos de objetos de forma conhecida (*gabaritos de iluminação*). Estamos atualmente desenvolvendo métodos eficientes para a inversão numérica dessa função, que fornecem a inclinação n da superfície em cada ponto do objeto de interesse. Desenvolvemos também um método original, rápido e robusto para a integração desse mapa de inclinações, usando métodos multi-escala [73].

A análise acima pressupõe que as imagens foram previamente submetidas a uma *correção fotométrica*, de modo a tornar o valor de cada pixel proporcional à intensidade da luz incidente naquele ponto da imagem. Infelizmente, a maioria das câmeras adota uma correspondência não-linear complicada, e geralmente desconhecida, entre essas duas grandezas.

No decorrer deste projeto, pretendemos aperfeiçoar algoritmos especializados que desenvolvemos para determinar essa correspondência a partir de imagens de *escalas de tons* com valores de refletância conhecidos, levando em conta restrições de suavidade e monotonicidade.

Pesquisadores envolvidos: A. Gomide, H. Leitão, J. Stolfi, L. Velho. *Pós-graduandos:* R. Saracchini, D. Pereira.

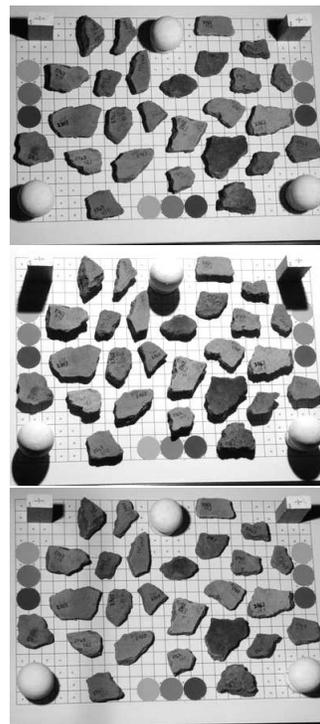


Figura 6:

3.5 Rastreamento de objetos deformáveis

O *rastreamento de objetos* em vídeos é um problema de computação visual com uma vasta gama de aplicações práticas. Dentro dessa área, um problema que tem atraído bastante atenção nos últimos anos é o rastreamento de objetos *deformáveis* — como, por exemplo, faces humanas (para biometria, videofone, etc.), peças flexíveis (manufatura), pessoas (cinema, animação, segurança), animais (pecuária, pesquisas biológicas, preservação ambiental), órgãos (imagens médicas), e muitos outros. Esta é uma área de pesquisa bastante fértil, com muitos problemas importantes ainda em aberto.

Na maioria das aplicações, conhece-se um *modelo deformável* do objeto — uma descrição matemática do mesmo, cujas dimensões, formato e posicionamento relativo à câmera dependem de um vetor q *parâmetros geométricos*. Para fins desta descrição, podemos supor que o modelo deformável é uma coleção finita de pontos $P(q) = \{p_1(q), p_2(q), \dots, p_n(q)\}$ no espaço \mathbb{R}^3 , cujas coordenadas dependem do vetor de parâmetros q , e cujas propriedades óticas (como cor e polimento) são conhecidas. Para simplificar a descrição, vamos supor que os parâmetros da câmera, como distância focal, são fixos e conhecidos; de modo que conhecemos a função F que projeta cada ponto p de \mathbb{R}^3 para o ponto $F(p)$ do plano da imagem.

O objetivo do rastreamento é então determinar um vetor q para cada quadro do vídeo, de modo a maximizar a compatibilidade entre as deformações e o posicionamento determinados por q e a aparência do objeto nessas imagens. Muitas aplicações exigem que a determinação do vetor q seja suficientemente precisa para que os pontos projetados $F(p_i(q))$ tenham erro menor que um pixel.

Soluções para este problema tipicamente usam um método indutivo ou incremental, em que o vetor de parâmetros q de um quadro é obtido extrapolando-se e ajustando-se os vetores q obtidos nos quadros anteriores. Na verdade, este processo indutivo é praticamente obrigatório em aplicações que exigem o rastreamento em tempo real. Para esse fim, o primeiro passo é determinar um conjunto de *correspondências* entre os pontos projetados $F(p_i(q))$, calculados a partir do vetor estimado q , e pontos p'_i do quadro corrente. Os pontos p'_i são encontrados por busca local, com base em critérios de semelhança local envolvendo cor, textura, sombreamento, silhuetas, etc. (vide seção 3.8). Por transitividade, supõe-se que os pontos p'_i são as projeções reais dos pontos $p_i(q)$.

Uma vez determinadas as correspondências, usa-se um algoritmo de otimização não-linear para encontrar o vetor q que minimiza a discrepância entre os pontos previstos e observados; isto é, a função $E(q) = \sum_i |F(p_i(q)) - p'_i|$. Geralmente usa-se um método de descida pelo gradiente.

Um sub-problema que pretendemos estudar neste projeto é o desenvolvimento de algoritmos de otimização especializados para esta aplicação. Dependendo do modelo usado, a função E pode ter um conjunto infinito de mínimos, constituindo um sub-espaço do espaço de parâmetros. Nesse caso, é necessário usar técnicas como Levenberg-Marquardt [50, 56, 68] para garantir a estabilidade da solução entre quadros sucessivos. Outra direção a explorar é o aperfeiçoamento do algoritmo de determinação de correspondências e da métrica $E(q)$ usada para avaliar a discrepância, de modo a melhorar a convergência e confiabilidade do processo indutivo.

Pesquisadores envolvidos: S. Goldenstein, L. Velho.

Pós-graduandos: A. Rocha, F. Góes, R. Neves.

3.6 Aplicação de aritmética afim em computação visual

A aritmética afim (AA) é uma metodologia para cálculo numérico auto-validado, desenvolvido por Comba, Figueiredo, Stolfi e outros [13, 4, 24, 21, 34, 75, 59, 61, 69], para aliviar alguns problemas da aritmética intervalar tradicional (AI) [67].

As técnicas de aritmética afim produzem automaticamente aproximações lineares para funções em geral, com limites garantidos para os erros de aproximação e arredondamento. A figura 7 exemplifica a aproximação da função \sqrt{x} na aritmética afim, para $x \in [0.25 - 1.75]$.

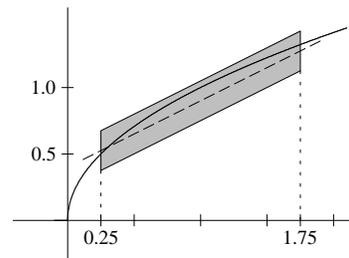


Figura 7:

O erro de aproximação da aritmética afim é geralmente proporcional ao quadrado das incertezas dos parâmetros, e portanto aritmética afim é muito mais precisa do que a aritmética intervalar, para intervalos suficientemente pequenos.

Por exemplo, a figura 8 mostra a função $\sqrt{x^2 - x + 1/2} / \sqrt{x^2 + 1/2}$ calculada na aritmética intervalar (retângulos cinza, esq.) e com aritmética afim (paralelogramos cinza, dir.).

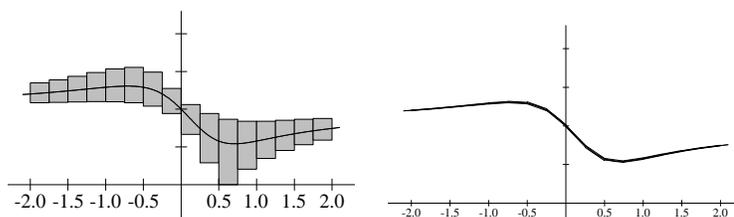


Figura 8:

Neste sub-projeto, estudaremos o uso de AA para produção de imagens sintéticas de modelos geométricos tridimensionais. A aritmética afim pode melhorar os algoritmos existentes (como traçado de raios) de várias maneiras: (1) oferecendo métodos garantidos para determinação de zeros de funções e projeção de superfícies, para modelos arbitrariamente complexos [19, 20]; (2) permitindo a substituição de inúmeros cálculos similares (por exemplo, lançamentos de raios, sombreamento, texturizações) por uma única aproximação linear [22, 23, 44]; (3) estimativa robusta de erros em cálculos não-lineares de visão computacional [36]; e (4) enumeração de subvariedades, como curvas implícitas e paramétricas e intersecção de superfícies [22, 25, 23, 10, 57, 83, 81].

Neste sub-projeto, planejamos ampliar e melhorar as aplicações da aritmética afim em problemas de computação visual; em particular, no traçado de raios com efeitos de penumbra, borramento e *anti-aliasing* [72, 69, 20].

Observamos também que as aplicações existentes de AA na enumeração de sub-variedades implícitas, como o algoritmo de intersecção de superfícies de Figueiredo e Stolfi [23] não utilizam o pleno potencial da AA. Apesar de mais rápidos e robustos do que os métodos baseados em AI, esses métodos ainda têm convergência de primeira ordem. Nossa primeira tarefa dentro deste sub-projeto será implementar e testar um algoritmo geral para enumeração de sub-variedades baseado em AA com convergência de segunda ordem, cujos fundamentos teóricos já foram desenvolvidos por Figueiredo e Stolfi.

Pesquisadores envolvidos: L. Figueiredo, J. Stolfi.

3.7 Comparação garantida de imagens em escala reduzida

A comparação de imagens multi-escala, descrita na seção 2.4, esbarra numa dificuldade fundamental: não é possível calcular um limite superior para a distância entre duas imagens $|I - J|$ a partir da distância entre suas versões reduzidas, $|I' - J'|$. Para certos tipos de imagens, como documen-

tos ou impressões digitais, a distância $|I - J|$ somente pode ser estimada com alguma confiança se os detalhes essenciais — letras e sulcos, respectivamente — forem visíveis. Qualquer redução significativa da imagem vai eliminar esses detalhes, e vai reduzir todas as distâncias a quase zero. Nesse caso, a busca multi-escala ou não consegue eliminar um número significativo de imagens, ou acaba eliminando imagens desejadas por critérios irrelevantes.

Os métodos auto-validados podem oferecer uma saída para esse dilema. Especificamente, nas versões reduzidas das imagens, cada pixel é um *intervalo* que abrange os valores de seus sub-pixels, e não apenas a média desses sub-pixels. Desta forma, o cálculo da diferença $|I' - J'|$ com técnicas de aritmética intervalar [66, 67, 71] ou aritmética afim [13, 21] fornece estimativas *garantidas*, superior e inferior, para a distância $|I - J|$ na escala original.

Pesquisadores envolvidos: L. Figueiredo, J. Stolfi.

3.8 Determinação de correspondências aproximadas em imagens

O objetivo deste sub-projeto o desenvolvimento de algoritmos robustos para encontrar *correspondências* entre pontos de duas imagens. Este é um problema com inúmeras aplicações em computação visual, incluindo visão estereoscópica (seção 3.4), alinhamento de imagens (seção 2.3), análise de movimentos de câmera (seção 3.3.2) e rastreamento de objetos (seção 3.5).

Neste sub-projeto, entende-se que dois pontos p', p'' em duas imagens I', I'' são *correspondentes* se eles são o mesmo 3D que foi projetado de forma diferente, ou em momentos diferentes, em cada imagem. De forma geral, a correspondência é inferida a partir de alguma medida de similaridade entre as imagens, nas vizinhanças dos dois pontos. A medida mais simples é soma quadrática da diferença entre pixels correspondentes das duas vizinhanças. Este critério é muito usado em algoritmos genéricos para cálculo do fluxo ótico (vide seção 3.3.2), como o algoritmo multi-escala KLT de Kanade, Lucas e Tomasi [53, 79, 74].

Outros algoritmos usam medidas mais sofisticadas de similaridade, baseadas em descritores multidimensionais extraídos da região do entorno de cada ponto. Esta técnica é geralmente usada quando o conjunto de pontos relevantes para a aplicação — os *pontos característicos* — é relativamente pequeno. Esse é o caso, por exemplo, no rastreamento de faces e outros objetos deformáveis (vide seção 3.5), onde apenas alguns pontos da imagem (lábios, olhos, arestas de silhueta) possuem textura suficiente para determinação confiável das correspondências. Nesta abordagem, o problema se reduz a encontrar um emparelhamento ótimo entre dois conjuntos de descritores. A solução ingênua tem custo quadrático, mas diversas estruturas de dados e técnicas de aproximação [52] possibilitam soluções mais eficientes.

Independentemente da abordagem, a saída de um algoritmo de determinação de correspondências pode conter dois tipos de erros. A presença de ruído nas imagens, ou mudanças pequenas de geometria ou iluminação na cena, geralmente fazem com que os pontos p', p'' que maximizam a similaridade local estejam um pouco deslocados em relação ao par correto. Em circunstâncias normais, estes erros são geralmente pequenos e podem ser adequadamente modelados por distribuições Gaussianas multidimensionais. Ocasionalmente, porém, o algoritmo de correspondência pode retornar um *par anômalo* de pontos p', p'' , cujas vizinhanças são similares por coincidência e não por causa de origem comum. Erros deste tipo podem ter magnitude arbitrariamente grande, e, via de regra, não podem ser modelados estatisticamente.

Tais pares anômalos podem causar sérios erros para a aplicação que depende das correspondências. Um exemplo é o rastreamento de objetos deformáveis (seção 3.5). Um erro grosseiro na determinação de um par p_i, p'_i geralmente causa um deslocamento significativo na posição do ponto de mínimo q da função de discrepância E , ou pode mesmo criar um novo ponto de mínimo local incorreto. Uma vez que o vetor de parâmetros q obtido para cada quadro é usado como esti-

mativa inicial para a otimização no quadro seguinte, esses erros grosseiros tendem a se perpetuar e multiplicar ao longo do processo. Além disso, sempre que uma dessas correspondências anômalas ocorre ou deixa de ocorrer, o vetor calculado q sofre uma descontinuidade, que causa problemas para muitas aplicações.

Por essas razões, uma parte importante deste sub-projeto será o desenvolvimento de algoritmos para detecção e eliminação de casamentos anômalos, especialmente voltados para aplicações de rastreamento de objetos deformáveis, estéreo fotométrico, e estéreo geométrico. Soluções para este sub-problema podem usar apenas informações extraídas das imagens dadas [27]. Para detecção mais confiável, entretanto, é necessário usar informações sobre a natureza do objeto [33]. Recentemente, desenvolvemos um método deste segundo tipo para objetos deformáveis (seção 3.5). Nosso método estima a distribuição de probabilidade do gradiente da medida da discrepância, utilizando uma decomposição em sub-espacos baseada na função de deformação do modelo. Com isto, podemos medir a verossimilhança de cada correspondência encontrada, e descartar as menos prováveis. Este método se mostrou muito eficiente para tornar o rastreamento mais robusto [80], e para identificar oclusões [35]. Neste sub-projeto esperamos melhorar este algoritmo e desenvolver outros na mesma linha.

Pesquisadores envolvidos: S. Goldenstein, L. Velho.

Pós-graduandos: A. Rocha, F. Góes, R. Neves.

4 Orçamento

Equipamento e material permanente			
1	5300	5300	Servidor de arquivos
4	900	3600	HD 500GB para backup
4	3000	12000	Servidores de ciclos (rack)
1	15200	15200	Computador de uso geral
1	4500	4500	Camera fotográfica e acess.
1	900	900	Web Cam Wireless (vigilância)
1	6900	6900	Camera BumbleBee2
1	4600	4600	Camera DragonFly xpress
		53000	SUBTOTAL
Material de consumo			
2	900	1800	Papel de impressora (anual)
2	2100	4200	Toner e supr. laser (anual)
2	1500	3000	Material para calibração (anual)
2	600	1200	Mídia CD-DVD (anual)
		10200	SUBTOTAL
Material bibliográfico			
2	3000	6000	Livros (anual)
1	8000	8000	Software (total)
		14000	SUBTOTAL
Passagens			
10	3500	35000	Passagens internacionais
10	800	8000	Passagens nacionais
		43000	SUBTOTAL
Diárias			
50	240	12000	Diárias internacionais
50	120	6000	Diárias nacionais
		18000	SUBTOTAL
		138200	TOTAL

4.1 Justificativas do orçamento

Servidor de arquivos para laboratório: Trata-se de um servidor central de arquivos via rede (NFS) para o LIV. A experiência mostra que centralizar os diretórios *home* dos usuários em tais servidoras, deixando os discos locais das estações apenas para arquivos temporários, facilita o compartilhamento de informações entre membros do projeto, e facilita a administração de segurança, backup, etc.. A configuração aproximada deste servidor está descrita abaixo.

Motherboard	400
CPU Dual Core 2.0 GHz	600
1 GB Memoria	400
Gabinete e fonte	250
Placa de vídeo	300
2 Discos SATA 500 GB	1800
Monitor LCD 17"	800
DVD-RW	150
Teclado e mouse	200
NoBreak 1500 KVA	400
TOTAL	5300

Discos adicionais para *backup*: Trata-se de 4 discos de 500 GB adicionais para permitir a cópia de segurança (*backup*) periódica e automático dos arquivos de usuários do laboratório. A capacidade dos discos justifica-se devido ao elevado volume de dados gerados pela maioria de aplicações em computação visual.

Servidores de ciclos para laboratório: Este item consiste de quatro nós adicionais para dobrar a capacidade de processamento do *cluster* do Laboratório. Este *cluster* fornece capacidade de processamento adequada para tarefas computacionais que podem ser facilmente paralelizadas e distribuídas. Observamos que quase todos os sub-projetos envolvem um volume grande de cálculos numéricos, em alguns casos em tempo real. Em muitos deles, a análise dos métodos propostos requer grande volume de dados; por exemplo, 10 segundos de vídeo, não comprimido, ocupam 15 GB de memória. A configuração aproximada de cada nó está descrita abaixo.

Motherboard	400
CPU Athlon 64 X2 3800+	300
4 GB Memoria	1600
Gabinete rack e fonte	300
1 Disco SATA 160 GB	300
DVD-RW	150
TOTAL	3000

Computador de uso geral: Trata-se de um computador com arquitetura compatível com processadores Intel, mas com velocidade de processamento e memória bem acima do disponível em PCs e estações de trabalho comuns, para uso geral dos membros do Laboratório. O Instituto não dispõe no momento de máquina equivalente a esta, que possa ser usada pelos membros do projeto. Sua finalidade é permitir a realização de testes que exigem o processamento de grandes volumes de dados, mas que não podem ser facilmente paralelizados (e portanto não são adequados para o *cluster* acima). A configuração aproximada deste computador está descrita abaixo.

Motherboard	500
CPU 64 X2 6000+	1000
16 GB Memoria	6400
Gabinete e fonte	350
Placa de vídeo	1000
3 Disco SATA 500 GB	2700
Monitor LCD 21"	2500
DVD-RW	150
Teclado e mouse	200
NoBreak 1500 KVA	400
TOTAL	15200

Câmera fotográfica digital: O Laboratório necessita de uma câmera digital de qualidade semi-profissional (8 ou 10 megapixels), e acessórios correspondentes (cartões de memória, tripé, etc.) para uso prioritário deste projeto. Observamos que vários projetos do Laboratório exigem visitas de campo para aquisição de milhares de imagens. Atualmente, estas necessidades têm sido atendidas pelo uso de câmeras populares de propriedade pessoal dos membros do projeto.

Câmeras de vídeo de alto desempenho para o laboratório: A única câmera de vídeo disponível no Laboratório é um *video camcorder* digital comercial com resolução de apenas 480 por 640 pixels a velocidade de 30 quadros por segundo. Os algoritmos de compressão de vídeo usados por essa câmera reduzem ainda mais a resolução efetiva, e introduzem defeitos difíceis de caracterizar e eliminar. Estes defeitos trarão sérias dificuldades para vários dos projetos deste pedido (estéreo fotométrico, rastreamento de faces, segmentação de vídeo, etc..). É necessária portanto a aquisição de câmeras de qualidade adequada para pesquisa. Para reconstrução estéreo, em particular, são necessárias no mínimo duas câmeras iguais e sincronizadas.

Estamos solicitando portanto a compra de uma câmera estéreo (modelo Point Grey *Bumblebee2* ou equivalente) e duas câmeras de alta velocidade (modelo Point Grey *Dragonfly Express* ou equivalente). A *Bumblebee2* é na verdade um conjunto de duas câmeras montadas numa única caixa, pré-calibradas com alta precisão de modo a dispensar a correção geométrica por software. Cada câmera pode fornecer imagens de 640×480 pixels a 48 quadros por segundo, ou 1024×768 a 18 quadros por segundo. A *Dragonfly Express* é uma câmera de alta velocidade, capaz de produzir até 200 quadros por segundo na resolução 640×480 .

Webcam wireless para vigilância do laboratório: O LIV contém muitos itens caros e facilmente roubáveis, como câmeras de foto e vídeo, cartões de memória *flash*, adaptadores, etc.. Para garantir a segurança deste patrimônio, planejamos instalar uma câmera tipo *webcam*, cobrindo toda a área do laboratório, conectada aos equipamentos de vigilância já existentes no IC-UNICAMP.

Justificativas do orçamento - Material de consumo

Papel e toner para impressoras: Trata-se de suprimentos para as duas impressoras do Laboratório (uma HP Laserjet P/B e uma Lexmark colorida). Os valores foram estimados com base no consumo do ano passado, em que os pesquisadores e alunos contribuíram de seu bolso para estas despesas.

Mídia gravável de CD e DVD: Este material será usado tanto para sub-projetos individuais (que, em geral, envolvem grandes quantidades de imagens e vídeos) quanto para *backup* permanente dos arquivos do grupo. O gasto, estimado com base no ano passado, é de 200 unidades por ano (total, CD mais DVD).

Material para calibração: Trata-se de placas de vidro ou papel fotográfico contendo escalas de cinza, cor, e resolução com dimensões e/ou cores precisamente determinadas. Eles são necessários em vários dos sub-projetos, para testar e calibrar as câmeras de foto e vídeo quanto a resolução, geometria, e/ou função-resposta a luz.

Livros técnicos sobre temas relacionados ao projeto: As bibliotecas da UNICAMP, apesar de bem dotadas, estão ainda bastante incompletas na área de processamento de imagens e computação gráfica.

Software: Quase todos os sub-projetos necessitam de software de apoio para edição e processamento de imagens e vídeo. Em particular, há muitos formatos de arquivos para imagens e vídeo (como Quicktime, Windows Media, RealTime, etc..) que são bastante difundidos mas cuja especificação é segredo comercial, e que portanto não podem ser lidos ou gerados por software livre. Há necessidade também de adquirir software para matemática simbólica e numérica (como Mathematica, Maple, Matlab, etc..).

Justificativas do orçamento - Passagens e diárias

Passagens e diárias: Estes recursos destinam-se a viagens para apresentação dos resultados do projeto em congressos e simpósios. Estamos solicitando recursos suficientes para uma viagem internacional e uma viagem nacional (passagem e 5 diárias) de cada pesquisador do projeto.

Referências

- [1] S. Abbasi, F. Mokhtarian, and J.V. Kittler. Enhancing CSS-based shape retrieval for objects with shallow concavities. *Image and Vision Computing*, 18(3):199–211, Fevereiro 2000.
- [2] R. L. Adam, K. Metze, and N. J. Leite. Spectral - um software para síntese de áudio a partir de transformadas lineares. Brazilian Patent INPI 43.232, March 2002.
- [3] Pankaj K. Agarwal. Geometric range searching. In *CRC Handbook of Computational Geometry*. CRC, 1997.
- [4] Marcus V. A. Andrade, João L. D. Comba, and Jorge Stolfi. Affine arithmetic. In *Abstracts of the International Conference on Interval and Computer-Algebraic Methods in Science and Engineering (INTERVAL/94)*, pages 36–40, March 1994.
- [5] Francisco N. Bezerra and Neucimar J. Leite. Using string matching to detect video transitions. *Pattern Analysis and Applications*, 10(1):45–54, February 2007.
- [6] A. Del Bimbo. *Visual Information Retrieval*. Morgan Kaufmann Publishers Inc, San Francisco, CA, USA, 1999.
- [7] A. Del Bimbo and P. Pala. Shape indexing by multi-scale representation. *Image and Vision Computing*, 17(3):245–261, 1999.
- [8] H. Blum. A transformation for extracting new descriptors of shape. *Models for the Perception of Speech and Visual Forms*, pages 362–380, 1967.
- [9] M. Bober. MPEG-7 visual shape descriptors. *IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology*, 11(6):716–719, 2001.
- [10] Adrian Bowyer, Ralph Martin, Huahao Shou, and Irina Voiculescu. Affine intervals in a CSG geometric modeller. In *Proc. Uncertainty in Geometric Computations*, pages 1–14. Kluwer Academic Publishers, July 2001.
- [11] Cláudio G. S. Cardoso, Maria Cristina C. Cunha, Anamaria Gomide, Denis J. Schiozer, and Jorge Stolfi. Finite elements on dyadic grids with applications. *Mathematics and Computers in Simulation*, 73(1–4):87–104, November 2006. doi:10.1016/j.matcom.2006.06.024.
- [12] Cláudio Guido Silva Cardoso. Grades diádicas adaptativas para simulação de escoamento de petróleo. Master’s thesis, Institute of Computing, University of Campinas, Campinas, SP, Brazil, December 2004. (In Portuguese).
- [13] João L. D. Comba and Jorge Stolfi. Affine arithmetic and its applications to computer graphics. In *Anais do VI Simpósio Brasileiro de Computação Gráfica e Processamento de Imagens (SIBGRAPI’93)*, pages 9–18, October 1993.
- [14] Helena Cristina da Gama Leitão. *Reconstrução Automática de Objetos Fragmentados*. PhD thesis, Institute of Computing, University of Campinas, Campinas, SP, Brazil, November 1999. (In Portuguese).
- [15] R. da S. Torres and Alexandre X. Falcão. Contour salience descriptors for effective image retrieval and analysis. *Image and Vision Computing*, 2006. To appear.

- [16] R. da S. Torres, A.X. Falcão, and L. da F. Costa. A graph-based approach for multiscale shape analysis. *Pattern Recognition*, 37(6):1163–1174, 2004.
- [17] Marcelo de A. Oliveira and Neucimar J. Leite. Reconnection of fingerprint ridges based on morphological operators and multiscale directional information. In *Proc.XVII Brazilian Symposium on Computer Graphics and Image Processing - SIBGRAPI 2004*, pages 122–129, 2004.
- [18] Marcelo de A. Oliveira and Neucimar J. Leite. Multiscale directional operator and morphological tools for reconnecting broken ridges in fingerprint images. *Pattern Recognition*, page (to appear), 2007.
- [19] Affonso de Cusatis Jr. Traçado de raios de superfícies implícitas com aritmética afim. Master’s thesis, Departamento de Informática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, April 1999. (in Portuguese).
- [20] Affonso de Cusatis Jr., Luiz H. Figueiredo, and Marcelo Gattass. Interval methods for ray casting surfaces with affine arithmetic. In *Proceedings of SIBGRAPI’99 - the 12th Brazilian Symposium on Computer Graphics and Image Processing*, pages 65–71, 1999.
- [21] L. H. de Figueiredo and J. Stolfi. Affine arithmetic: Concepts and applications. *Numerical Algorithms*, 37(1-4):147–158, December 2004.
- [22] L. H. de Figueiredo, J. Stolfi, and L. Velho. Approximating parametric curves with strip trees using affine arithmetic. *Computer Graphics Forum*, 22(2):171–179, June 2003.
- [23] Luiz H. de Figueiredo and Jorge Stolfi. Adaptive enumeration of implicit surfaces with affine arithmetic. *Computer Graphics Forum*, 15(5):287–296, December 1996.
- [24] Luiz H. de Figueiredo and Jorge Stolfi. *Self-Validated Numerical Methods and Applications*. Brazilian Mathematics Colloquium monographs. IMPA/CNPq, Rio de Janeiro, Brazil, 1997.
- [25] Luiz H. de Figueiredo, Ronald Van Iwaarden, and Jorge Stolfi. Fast interval branch-and-bound methods for unconstrained global optimization with affine arithmetic. Technical Report IC-97-08, Institute of Computing, Univ. of Campinas, June 1997.
- [26] M. O. Domingues, S. M. Gomes, and L. M. A. Diaz. Adaptive wavelet representation and differentiation on block-structured grids. *Applied Numerical Mathematics*, 47(3–4):421–437, 2003.
- [27] Leyza Dorini and Siome Goldenstein. Unscented klt: Nonlinear feature and uncertainty tracking. In *SIBGRAPI*, 2006.
- [28] A. Elgammal, D. Harwood, and L. Davis. Non-parametric model for background subtraction. In *Proceedings of the European Conference on Computer Vision*, pages 751–767, 2000.
- [29] A. X. Falcão, C. T. N. Suzuki, J. F. Gomes, J. P. Papa, L. C. S. Dias, and S. H. Shimizu. Depósito INPI 018060127002, Brazil, 2006.
- [30] A.X. Falcao, J. Stolfi, and R. de A. Lotufo. The image foresting transform: Theory, algorithms, and applications. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 26(1):19–29, 2004.

- [31] Pascual J. Figueroa, Neucimar J. Leite, and Ricardo M. L. Barros. Background recovering in outdoor image sequences: An example of soccer players segmentation. *Image and Vision Computing*, 2006(24):363–374, 2006.
- [32] Pascual J. Figueroa, Neucimar J. Leite, and Ricardo M. L. Barros. Tracking soccer players aiming their kinematical motion analysis. *Computer Vision and Image Understanding*, 2006(101):122–135, 2006.
- [33] M. Fischler and R. Bolles. Random sample consensus: A paradigm for model fitting with applications to image analysis and automated cartography. In *Communications of the ACM*, volume 24, pages 381–395, 1981.
- [34] Olivier Gay. Libaa - C++ affine arithmetic library for GNU/Linux. Available at <http://www.nongnu.org/libaa/>, April 2003.
- [35] Siome Goldenstein and Christian Vogler. When occlusions are outliers. In *IEEE Workshop of 25 years of RANSAC*, 2006.
- [36] Siome Goldenstein, Christian Vogler, and Dimitris Metaxas. Cue integration using affine arithmetic and gaussians. Technical Report MS-CIS-02-06, University of Pennsylvania, 2002.
- [37] S. M. Gomes, A. K. Kushpel, and A. Levesley. Approximation in L^2 Sobolev spaces on S^2 by quasi-interpolation. In *Anais do 48º Seminário Brasileiro de Análise*, pages 643–659, Petrópolis, RJ, 1998.
- [38] S. M. Gomes, A. K. Kushpel, and A. Levesley. Approximation in L^2 Sobolev spaces on S^2 by quasi-interpolation. *Journal of Fourier Analysis and Applications*, 7(3):283–295, 2001.
- [39] S. M. Gomes, A. K. Kushpel, A. Levesley, and D. L. Ragozin. sk -spline interpolation on the torus using number theoretic knots. In L. L. Schumaker A. Le. Mehaute, C. Rabut, editor, *Curves and Surfaces with Applications in CAGD*, pages 143–149. Vanderbilt University Press, 1996.
- [40] S. M. Gomes, A. K. Kushpel, A. Levesley, and D. L. Ragozin. Interpolation on the torus using sk -splines with number theoretic knots. *Journal of Approximation Theory*, 98(1):56–71, 1998.
- [41] Anamaria Gomide. *Splines Polinomiais Não Homogêneos na Esfera*. PhD thesis, Institute of Computing, University of Campinas, Campinas, SP, Brazil, May 1999. (In Portuguese).
- [42] Anamaria Gomide and Jorge Stolfi. Approximation error maps. In *Proceedings of A4A4 - IV International Symposium on Algorithms for Approximation*, pages 446–453, July 2001. Published in 2002.
- [43] Silvio J. F. Guimaraes, Michel Couprie, Arnaldo de A. Araujo, and Neucimar J. Leite. Video segmentation based on 2D image analysis. *Pattern Recognition Letters*, 24(7):947–2003, April 2003.
- [44] W. Heidrich, Ph. Slusallek, and Hans-Peter Seidel. Sampling procedural shaders using affine arithmetic. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, 17(3):158–176, July 1998.
- [45] M.K. Hu. Visual pattern recognition by moment invariants. *IEEE Transactions on Information Theory*, 8(2):179–187, Fevereiro 1962.

- [46] P. T. Jackway and M. Deriche. Scale-space proprieties of the multiscale morphological dilation-erosion. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 18:38–51, 1996.
- [47] Helena C. G. Leitão and Jorge Stolfi. A multiscale method for the reassembly of two-dimensional fragmented objects. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 24(9):1239–1251, September 2002.
- [48] Neucimar Jerônimo Leite and Leyza Baldo Dorini. A scaled morphological toggle operator for image transformations. In *Proceedings of SIBGRAPI 2006*, pages 323–330. IEEE Computer Society, 2006.
- [49] Neucimar Jerônimo Leite and Marta Duarte Teixeira. An idempotent scale-space approach for morphological segmentation. In *Mathematical Morphology and its Applications to Image and Signal Processing*, pages 291–300. Kluwer Academic Publishers, 2000.
- [50] K. Levenberg. A method for the solution of certain problems in least squares. *Quart. Appl. Math.*, 2:164–168, 1944.
- [51] S. Loncaric. A survey of shape analysis techniques. *Pattern Recognition*, 31(8):983–1190, agosto 1998.
- [52] D. Lowe. Distinctive image features from scale-invariant keypoints. *IJCV*, 60(2):91–110, 2004.
- [53] B.D. Lucas and T. Kanade. An iterative image registration technique with an application to stereo vision. In *IJCAI81*, pages 674–679, 1981.
- [54] S. Mallat. *Wavelet Signal Processing*. Academic Press, 1996.
- [55] B. B. Mandelbrot. *The Fractal Geometry of Nature*. W. H. Freeman, San Francisco, CA, USA, 1982.
- [56] D. Marquardt. An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters. *SIAM J. Appl. Math.*, 11:431–441, 1963.
- [57] Ralph Martin, Huahao Shou, Irina Voiculescu, and Guojin Wang. A comparison of Bernstein hull and affine arithmetic methods for algebraic curve drawing. In *Proc. Uncertainty in Geometric Computations*, pages 143–154. Kluwer Academic Publishers, July 2001.
- [58] Peter Meer, C. Allen Sher, and Azriel Rosenfeld. The chain pyramid: Hierarchical contour processing. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 12(4):363–375, 1990.
- [59] F. Messine. Extensions of affine arithmetic: Application to unconstrained global optimization. *Journal of Universal Computer Science*, 8(11):992–1015, November 2002.
- [60] Rodrigo Minetto, Neucimar J. Leite, and Jorge Stolfi. Reliable detection of camera motion based on weighted optical flow fitting. In *Proceedings of the 2nd International Conference on Computer Vision Theory and Applications (VISAPP'07)*, volume IU/MTSV, pages 435–440. INSTICC Press, Portugal, March 2007.
- [61] Shinya Miyajima. On the improvement of the division of the affine arithmetic. WWW document at <http://www.kashi.info.waseda.ac.jp/Non-linear/thesis-e.html>, 2000.

- [62] F. Mokhtarian. A theory of multiscale, curvature-based shape representation for planar curves. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 14(8):789–805, 1992.
- [63] F. Mokhtarian and S. Abbasi. Shape similarity retrieval under affine transformations. *Pattern Recognition*, 35(1):31–41, 2002.
- [64] F. Mokhtarian, S. Abbasi, and J. Klitter. Efficient and robust retrieval by shape content through curvature scale space. In *First International Workshop on Image Databases and Multi-Media Search*, pages 35–42, Amsterdam, Netherlands, Agosto 1996.
- [65] Farzin Mokhtarian. Silhouette-based isolated object recognition through curvature scale space. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 17(5):539–544, 1995.
- [66] R. E. Moore. *Interval Analysis*. Prentice-Hall, 1966.
- [67] R. E. Moore. *Methods and Applications of Interval Analysis*. SIAM, Philadelphia, 1979.
- [68] J.J. Moré. The levenberg-marquardt algorithm: Implementation and theory. In G. A. Watson, editor, *Numerical Analysis*, Lecture Notes in Mathematics 630, pages 105–116. Springer Verlag, 1977.
- [69] Afonso Paiva, Luiz Henrique de Figueiredo, and Jorge Stolfi. Robust visualization of strange attractors using affine arithmetic. *Computers & Graphics*, 30(6):1020–1026, December 2006.
- [70] Anderson Rocha and Siome Goldenstein. Processo e equipamento de randomização progressiva para análise e raciocínio em multimídia. Depósito INPI 018060110496, Brazil, 2006.
- [71] S. M. Rump. Algorithms for verified inclusions: Theory and practice. In R. E. Moore, editor, *Reliability in Computing: The Role of Interval Methods in Scientific Computing*, volume 19 of *Perspectives in Computing*, pages 109–126. Academic Press, Boston, MA, 1988.
- [72] David Salesin and Jorge Stolfi. Rendering CSG models with a ZZ-buffer. In *Proceedings of SIGGRAPH '90*, volume 24 of *ACM Computer Graphics*, pages 67–76. ACM Press/Addison-Wesley, August 1990.
- [73] Rafael Saracchini, Helena Cristina da Gama Leitão, and Jorge Stolfi. Construção de mapas de inclinação a partir de imagens com diferentes iluminações. In *Anais do Workshop de Iniciação Científica – 18th Brazilian Symposium on Computer Graphics and Image Processing (SIBGRAPI 2005)*, volume CD-ROM, pages 1–7. IEEE Computer Press, October 2005. In Portuguese.
- [74] Jianbo Shi and Carlo Tomasi. Good features to track. In *CVPR*, pages 593–600, 1994.
- [75] Huahao Shou, Ralph Martin, Irina Voiculescu, Adrian Bowyer, and Guojin Wang. Affine arithmetic in matrix form for polynomial evaluation and algebraic curve drawing. *Progress in Natural Science*, 12(1):77–81, January 2002.
- [76] E. Simoncelli. *Handbook of Computer Vision and Applications*, volume II, chapter Bayesian Multi-scale Differential Optical Flow, pages 397–422. Academic Press, 1999.
- [77] Eric J. Stollnitz, Tony D. DeRose, and David H. Salesin. *Wavelets for Computer Graphics: Theory and Applications*. Morgan Kaufmann, San Francisco, CA, 1996.

- [78] S. Tabbone, L. Wendling, and J.-P. Salmon. A new shape descriptor defined on the radon transform. *Computer Vision and Image Understanding*, 102(1):42–51, 2006.
- [79] Carlo Tomasi and Takeo Kanade. Detection and tracking of point features. Technical Report CMU-CS-91-132, Carnegie Mellon University, April 1991.
- [80] Christian Vogler, Siome Goldenstein, Jorge Stolfi, Vladimir Pavlovic, and Dimitris Metaxas. Outlier rejection in high-dimensional deformable models. *IVC*, 2007.
- [81] Irina Voiculescu, Jakob Berchtold, Adrian Bowyer, Ralph R. Martin, and Qijiang Zhang. Interval and affine arithmetic for surface location of power- and Bernstein-form polynomials. In *Proc. Mathematics of Surfaces IX*, pages 410–423. Springer, September 2000.
- [82] T.P. Wallace and P. Wintz. An efficient three-dimensional aircraft recognition algorithm using normalised fourier descriptors. *Computer Graphics Image Processing*, 13(2):99–126, 1980.
- [83] Q. Zhang and R. R. Martin. Polynomial evaluation using affine arithmetic for curve drawing. In *Proc. of Eurographics UK 2000 Conference*, pages 49–56, 2000.